Les effets de marée dans l'Univers

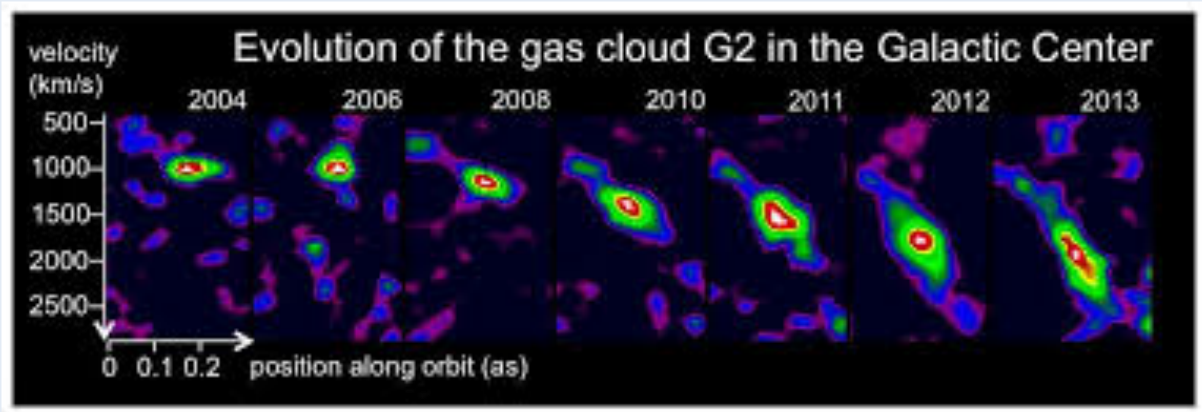
ou

Grandeur et misère de la physique fondamentale

Jean-Marc Lévy-Leblond*

*« With a little help from my friends »
(Tadashi Tokieda, Pierre Thomas,
Jérôme Perez, Jacques Laskar)

Les effets de marée dans l'Univers



I. Une brève histoire de la science des marées

— Pythéas (vers -300) semble être le premier à établir un rapport entre les marées et la la Lune
— Seleucus (vers -150) mentionne l'influence du Soleil, et en tire argument pour défendre une théorie héliocentrique
— Strabon (vers 20), Pline l'Ancien (vers 50), Philostrate (vers 200) rendent compte de diverses observations complexes,
— Premières tables : Chine (1056), Grande-Bretagne (1213)
— Stevin (1608), Kepler (1609), Galilée (1632) : premières tentatives de théorisation
— Newton (*Principia*, 1687) : marées = effet gravitationnel de la Lune et du Soleil (théorie statique)
— Bernoulli, Euler, MacLaurin, D'Alembert (vers 1740) : contributions
— Laplace (1787) : théorie dynamique des marées
— **Darwin (1883) : développement mathématique**
— Airy, Kelvin, Love, Poincaré (fin XIXè) : perfectionnements (forme des mers, élasticité des corps solides, etc.)
— et bien d'autres depuis et encore aujourd'hui (J.-P. Zahn…)

II. L'effet de marée

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{a\cos(\varphi)}\left[\frac{\partial}{\partial \lambda}(uD) + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(vD\cos(\varphi)\right)\right] = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - v\left(2\Omega\sin(\varphi)\right) + \frac{1}{a\cos(\varphi)}\frac{\partial}{\partial \lambda}\left(g\zeta + U\right) = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\left(2\Omega\sin(\varphi)\right) + \frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(g\zeta + U\right) = 0,$$

Equations de Laplace

II. L’effet de marée

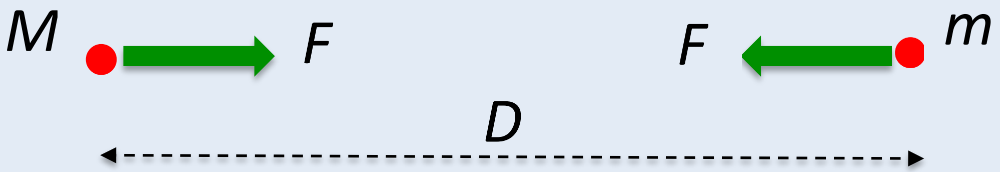
1. La théorie newtonienne de la gravitation
2. L’essence de la théorie (statique) des marées
3. La force de marée
4. L’amplitude des marées

Fil noir ? Fil rouge ? Fil vert ?

En tout cas fil à retordre !

1. La théorie newtonienne de la gravitation

Deux points matériels s'attirent proportionnellement à leurs masses respectives et en raison inverse du carré de leur distance



$$\boxed{F = GMm/D^2}$$

Constante de Newton :
$G = 7\text{x}10^{-10}\ \text{Nm}^2/\text{kg}$

Aujourd'hui, si la notion de force reste utile pour l'intuition, on utilise plutôt dans les calculs la notion de potentiel, fonction scalaire dont la force est le gradient, et qui est directement reliée à l'énergie potentielle.
Ainsi le potentiel gravitationnel créé par la masse *m* au point de masse *M* est

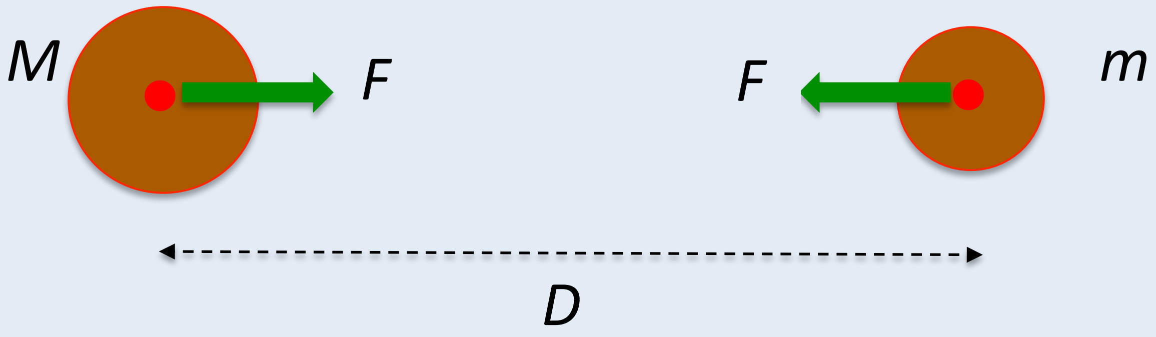
$$U = -Gm/D$$

Et l'énergie potentielle de la masse *M* dans le champ gravitationnel de *m* vaut

$$E_{pot} = MU = -GmM/D$$

1. La théorie newtonienne de la gravitation

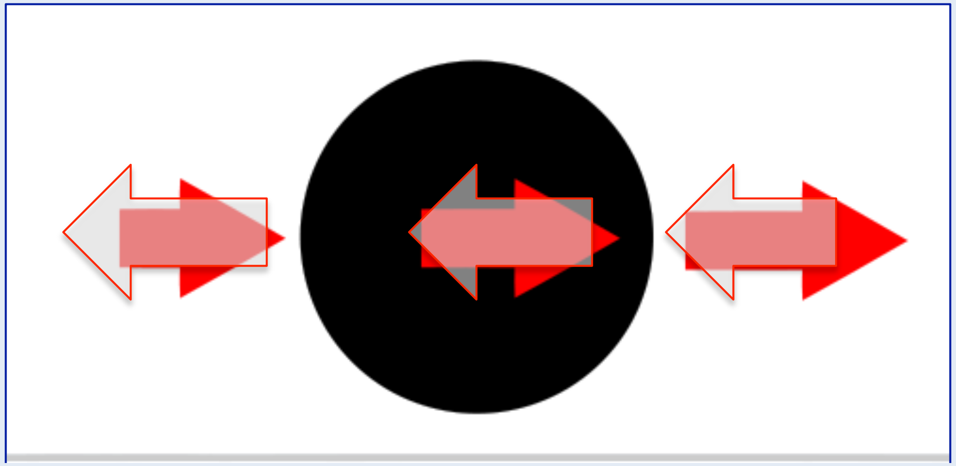
Un superbe théorème (Newton, *Principia*, Proposition LXXI) : Pour des corps à symétrie sphérique, la loi vaut comme si les masses étaient concentrées en leurs centres.



$F = GMm/D^2$

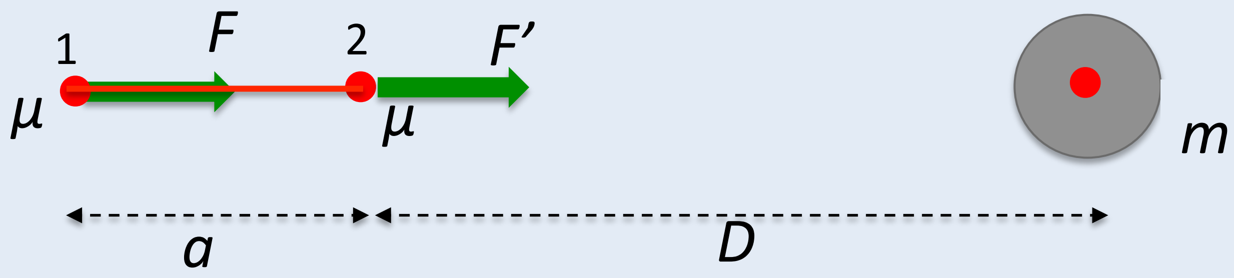
propriété particulière de la loi en $1/D^2$

2. L'essence de la théorie des marées



Les effets de marée sont des effets différentiels de la gravitation

3. La force de marée

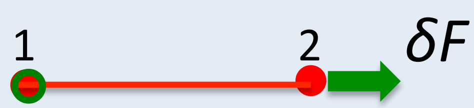


$$F = G\mu m/(D+a)^2$$

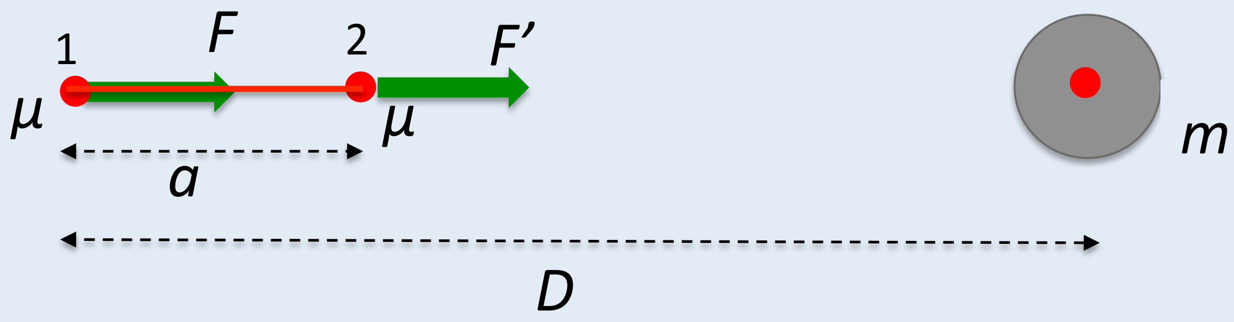
$$F' = G\mu m/D^2$$

$$\delta F = F' - F = G\mu m/D^2 - G\mu m/(D+a)^2 \approx G\mu m(2a/D^3)$$

Dans le référentiel où la masse 1 est immobile :



3. La force de marée



En termes du champ de pesanteur :

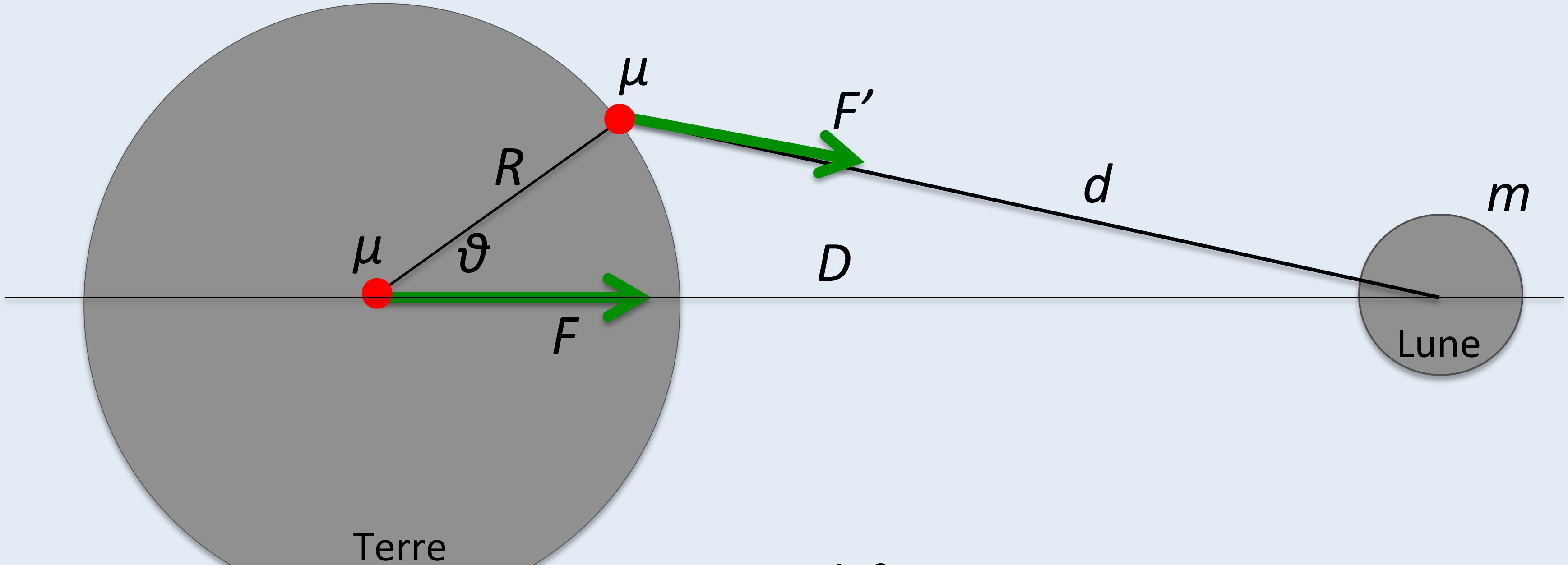
$\gamma = Gm/D^2$ $\delta\gamma/\gamma = 2a/D$

A. N.

Pou un être humain debout sur Terre, la différence relative entre l'accélération de la pesanteur s'exerçant sur sa tête et sur ses pieds vaut

$$\delta g/g = 3/6{,}4.10^6 \approx 5.10^{-5}$$

3. La force de marée

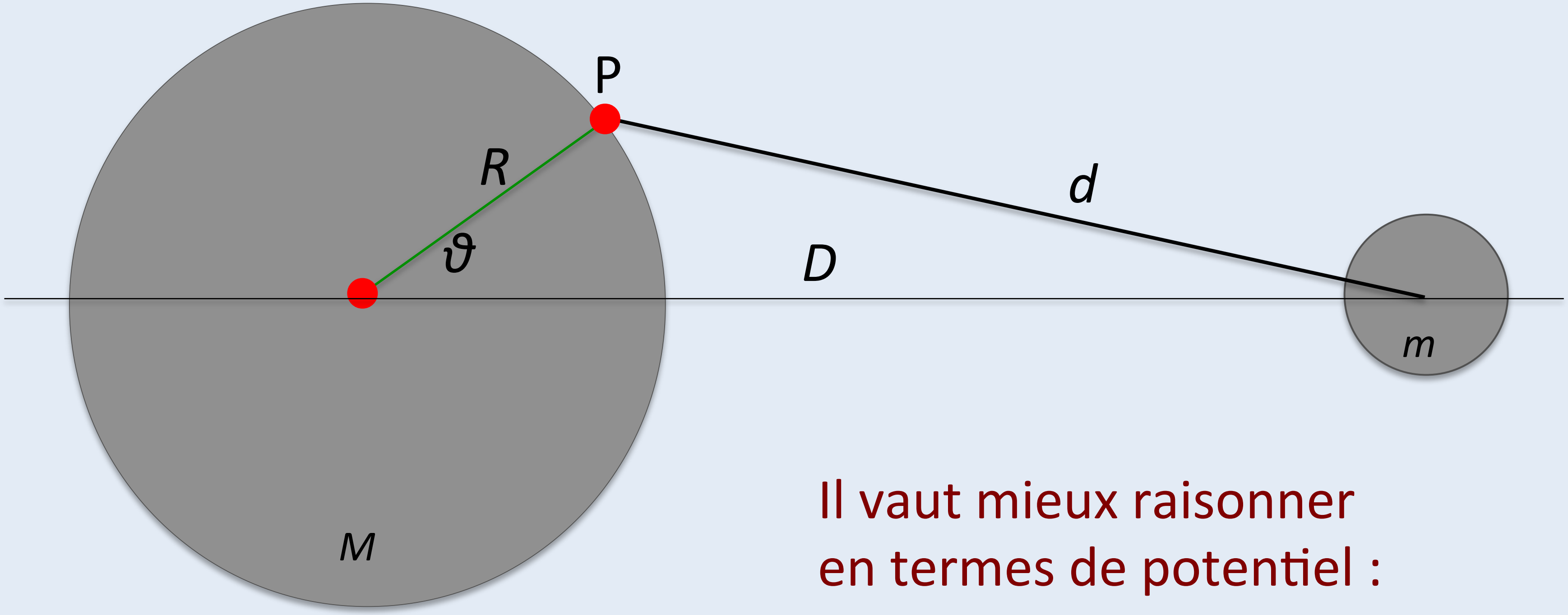


$F = G\mu m/D^2$

$F' = G\mu m/d^2 \qquad d = (D^2\text{-}2rD\cos\vartheta+R^2)^{½}$

Tenir compte aussi de la force centrifuge !

3. La force de marée



Il vaut mieux raisonner
en termes de potentiel :

$$U(\mathrm{P}) = -Gm/d = -Gm/D \times [1-2(R/D)\cos\vartheta + (R/D)^2]^{-1/2}$$

(on oublie ici la dépendance en longitude)

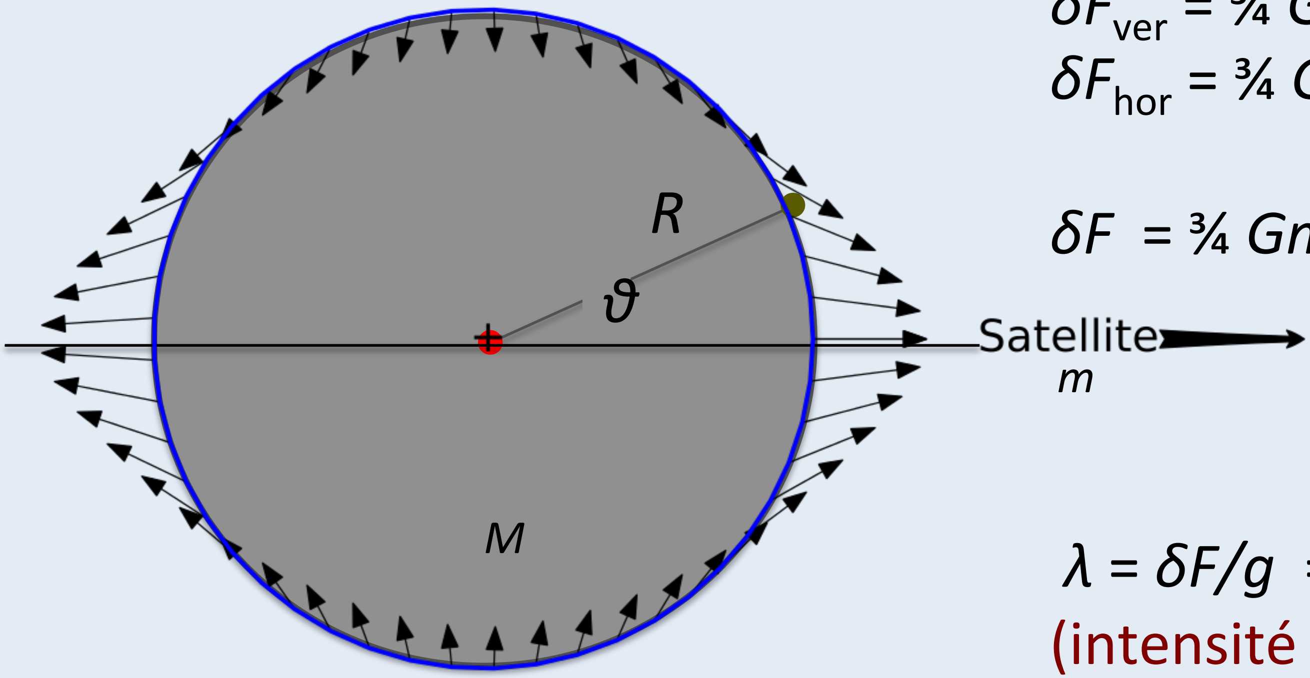
$$= -Gm/D \times [1 + \cos\vartheta\,(R/D) + \tfrac{1}{2}(3\cos^2\vartheta-1)\,(R/D)^2 + \ldots]$$

↑potentiel gravitationnel au centre

↑potentiel centrifuge

↑potentiel de marée

3. La force de marée



Sur une masse unité :

$\delta F_{ver} = ¾\ Gm(2R/D^3)\cos 2\vartheta$
$\delta F_{hor} = ¾\ Gm(2R/D^3)\sin 2\vartheta$

$\delta F = ¾\ Gm(2R/D^3)$

$g = GM/R^2$

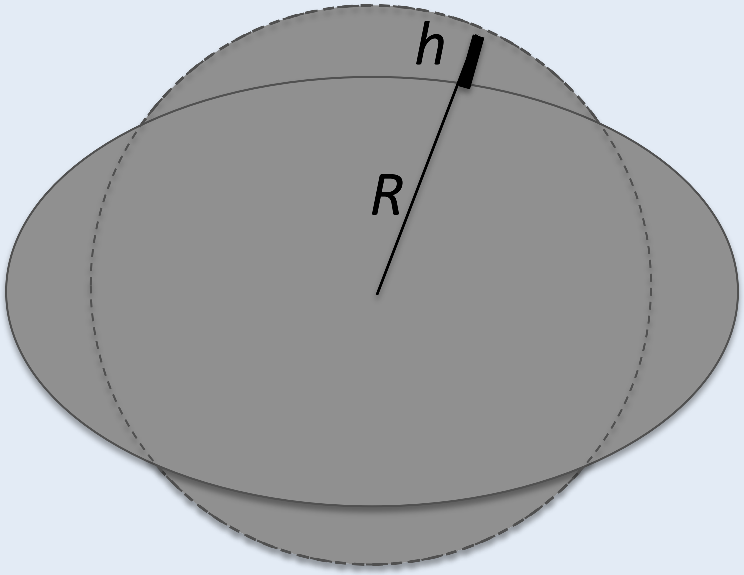
$\lambda = \delta F/g = {}^3/_2\,(m/M)(R/D)^3$
(intensité relative des forces de marée et de la pesanteur)

A. N. : Terre-Lune

Attention, figure inexacte (comme souvent sur internet) : les flèches devraient être toutes de la même taille

$\lambda_{L/T} = {}^3/_2\,(1/80)(1/60)^3$ $\lambda_{L/T} \approx 10^{-7}$
$\lambda_{T/L} = {}^3/_2\,(80)(1/4.60)^3$ $\lambda_{T/L} \approx 10^{-5}$

4. L'amplitude des marées



$$gh = -U_{\text{marée}}$$
$$= Gm/D\,(R/D)^2 \times ½(3\cos^2\vartheta\text{-}1)$$

$$h = (m/M)\,(R^4/D^3) \times ½(3\cos^2\vartheta\text{-}1)$$
$$= \lambda R \times ⅓(3\cos^2\vartheta\text{-}1)$$
$$h_{\text{min}} = \lambda R \times (\text{-}⅓)$$

$$\Delta h = \lambda R \cos^2\vartheta$$

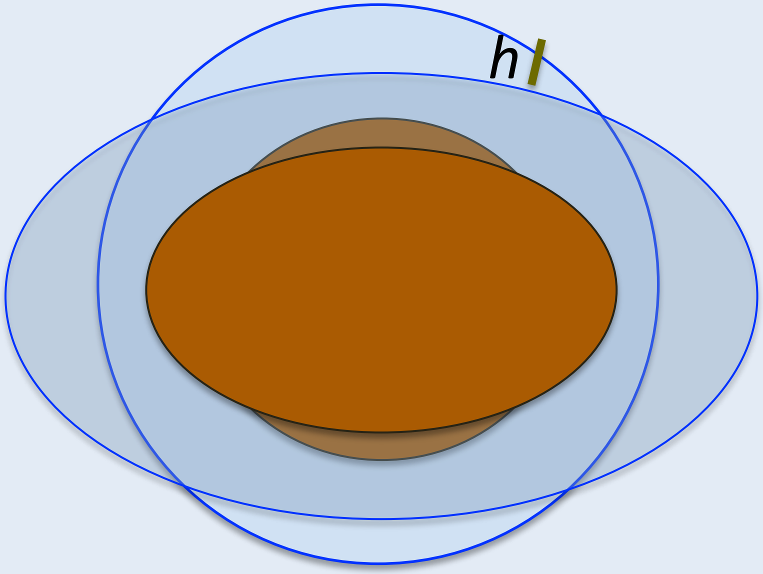
…indépendamment du matériau
… s'il est assez déformable

A.N.
Terre $\Delta h_{\text{max}} = \lambda_{L/T} R \approx 10^{-7} \times 6{,}4.10^6 \approx 0{,}6$ m

III. Les marées sur Terre

1. Une planète terraqueuse
2. L'excentricité de l'orbite lunaire
3. L'influence du Soleil
4. L'inclinaison de l'axe de la Terre
5. La théorie dynamique des marées
6. Les *vraies* marées sur Terre
7. Les marées terrestres
8. Les marées atmosphériques
9. La dissipation de marée
10. L'éloignement de la Lune
11. Les marées lunaires
12. Moralité épistémologique

1. Une planète terraqueuse



Supposons la planète entourée d'un océan.
Cela ne change rien aux estimations précédentes.

Donc, pour la Terre :

$\Delta h_{max} = \lambda R \approx 10^{-7} \times 6.10^{6} \approx 0{,}6$ m ?

1. Une planète terraquuse

L'amplitude des *vraies* marées terrestres

$$\Delta h_{max} = \lambda r \approx 10^{-7} \times 6.10^{6} \approx 0{,}6 \text{ m} \quad ?$$

Lieu (ce 5 août)	Marnage ($h_{PM} - h_{BM}$)
Brest	3,12 m
Singapour	1,10 m
Nouméa	0,77 m
San Francisco	1,60 m
Fort-de-France	0,27 m

Complications !

— excentricité de l’orbite lunaire

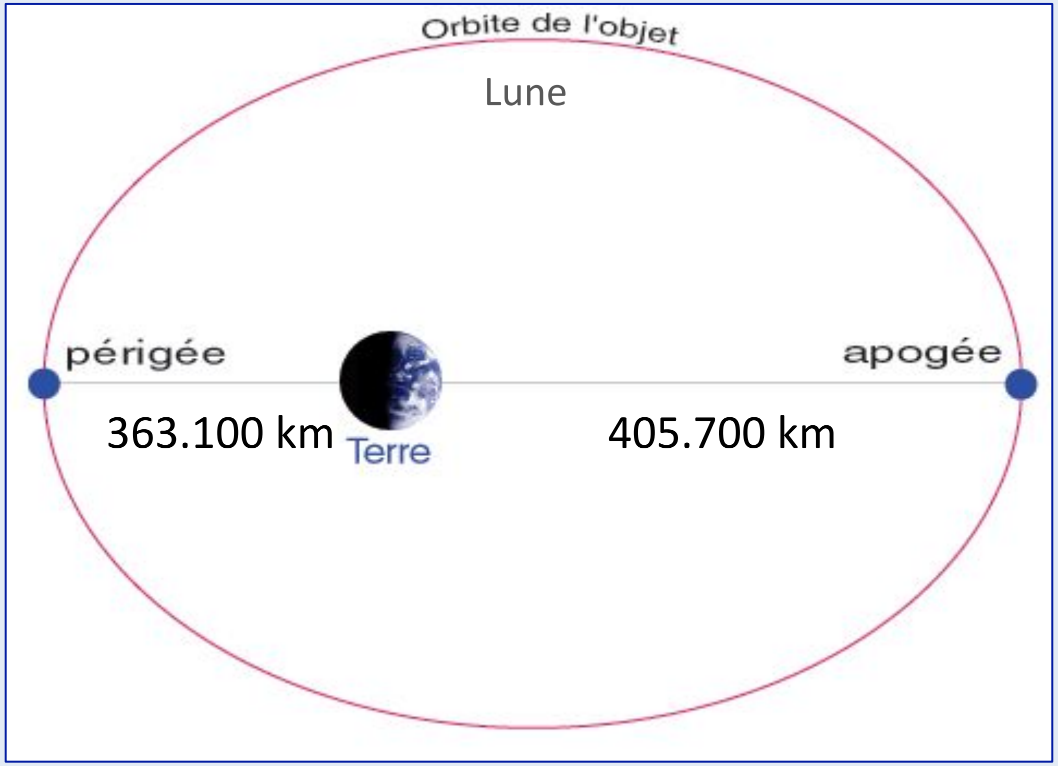
— influence du Soleil

— inclinaison de l’axe de la Terre sur l’écliptique

— dynamique de l’Océan

— forme des bassins océaniques

2. L'excentricité de l'orbite lunaire



variation de 10% de la distance Terre-Lune

↓

variation de 30% de la hauteur des marées

3. L'influence du Soleil

intensité relative des marées solaires et lunaires

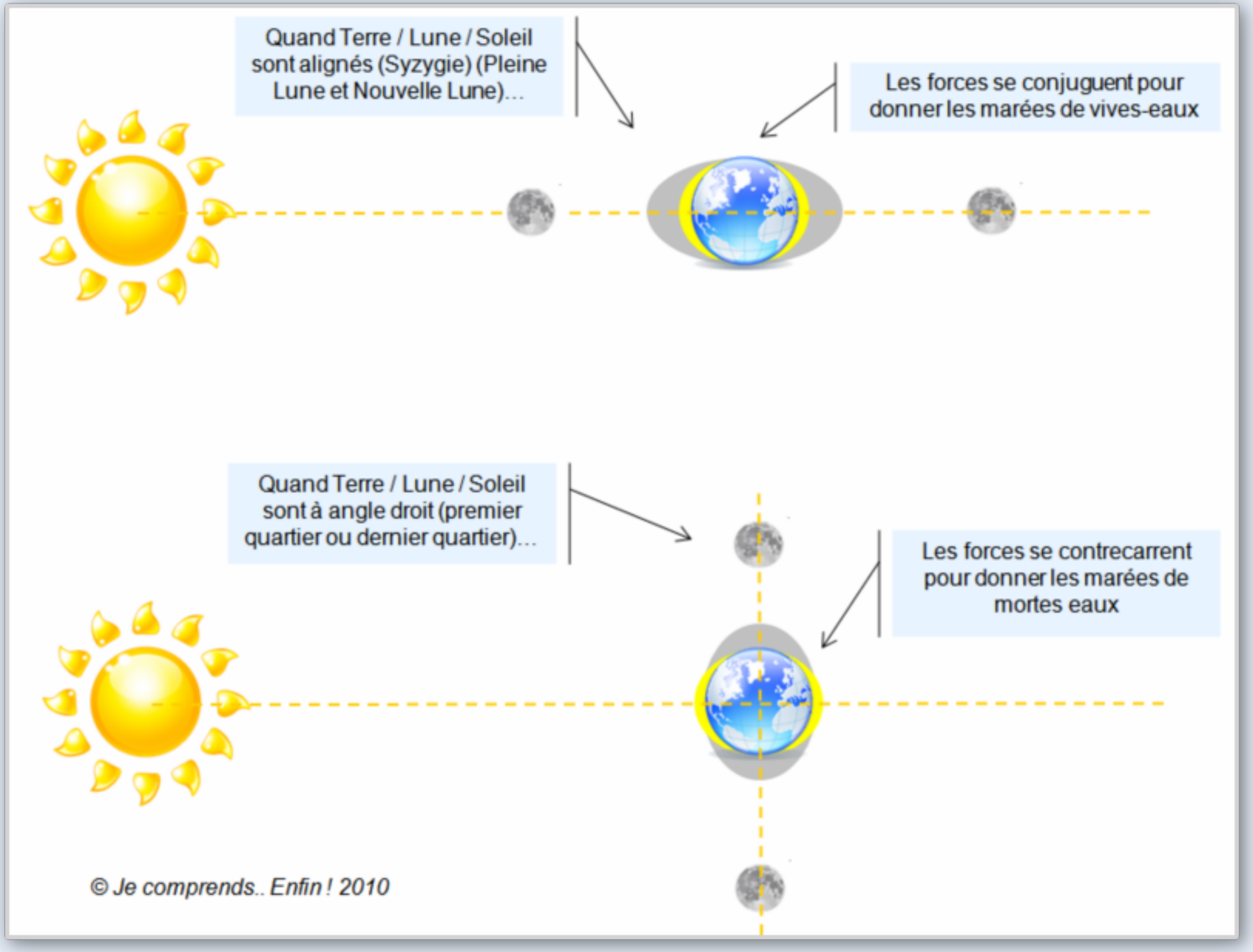
$$\Delta h_{\odot} / \Delta h_{☾} = \lambda_{\odot} / \lambda_{☾}$$

$$= (m_{\odot}/m_{☾})\,(D_{☾}/D_{\odot})^3$$

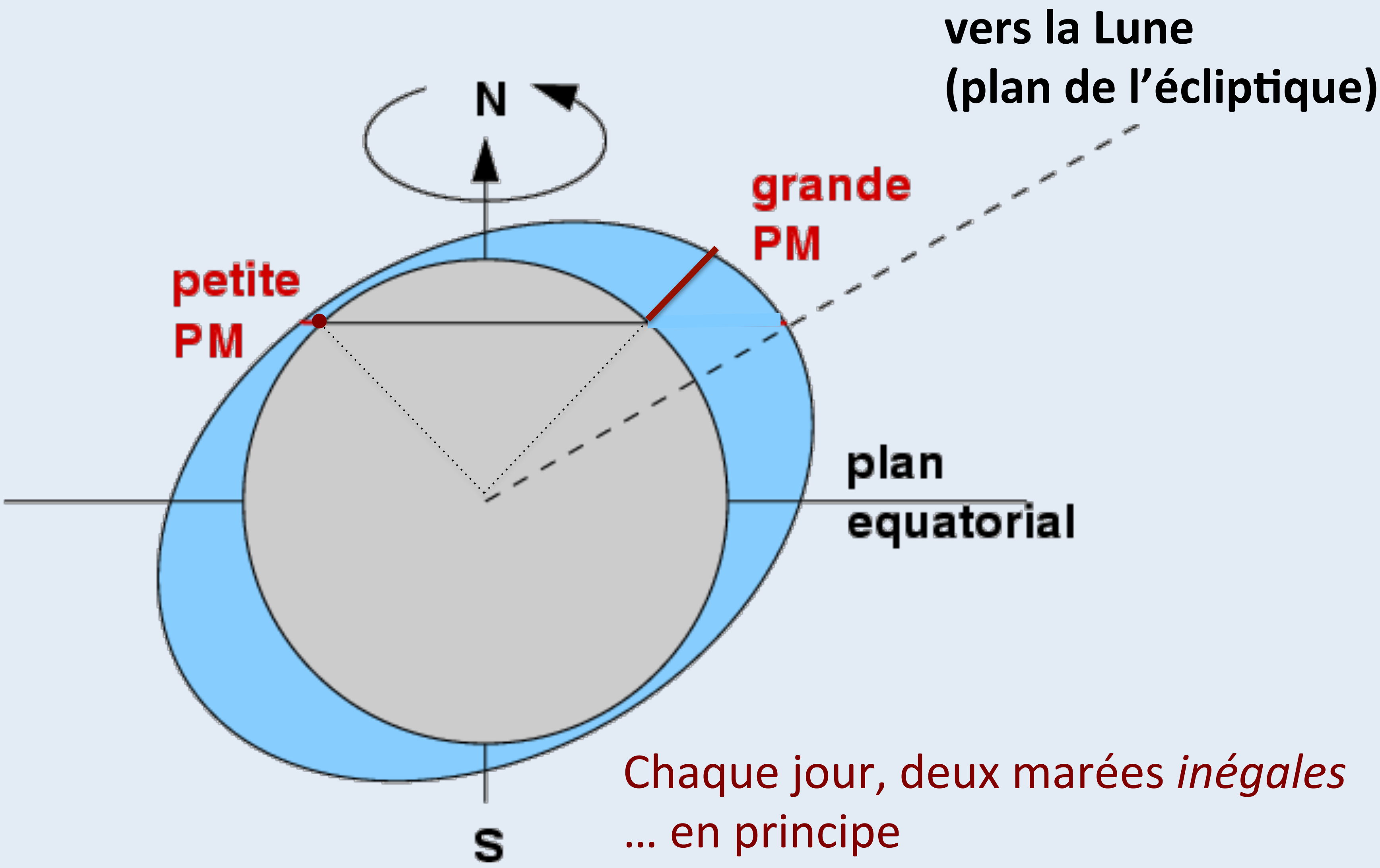
$$= [3.10^5 M/(1/80)M] \times (0{,}38/150)^3$$

$$\approx 0{,}4$$

3. L'influence du Soleil



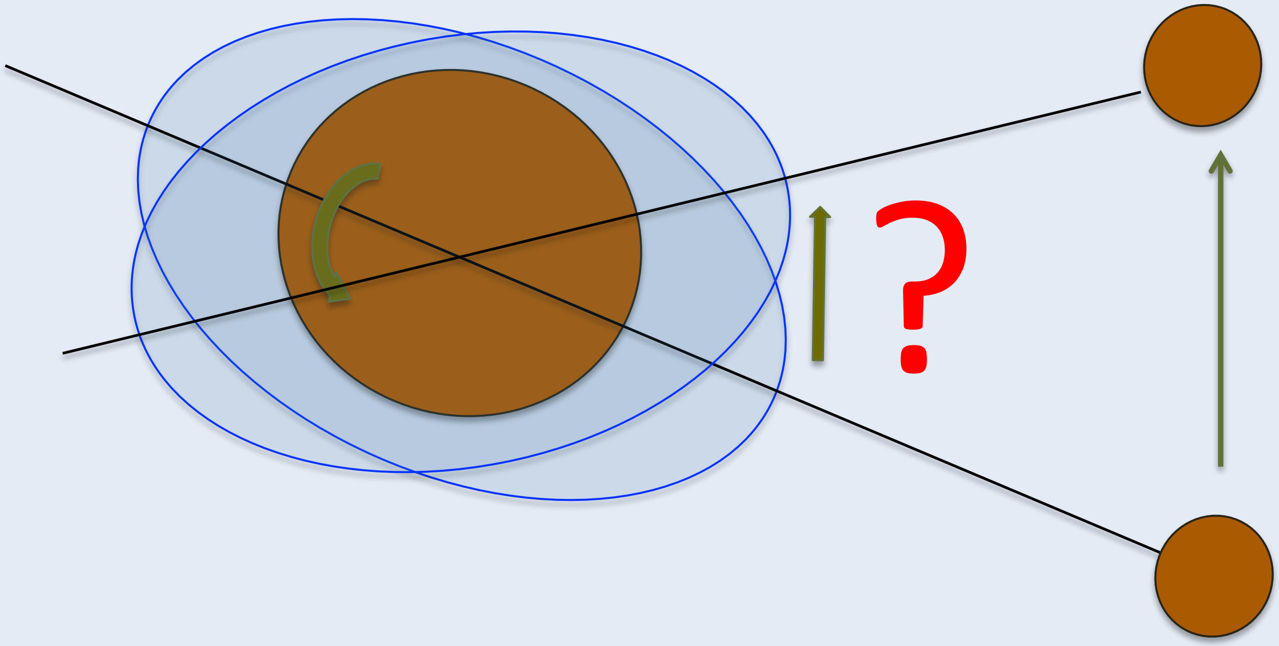
4. L'inclinaison de l'axe de la Terre



Chaque jour, deux marées *inégales*
… en principe

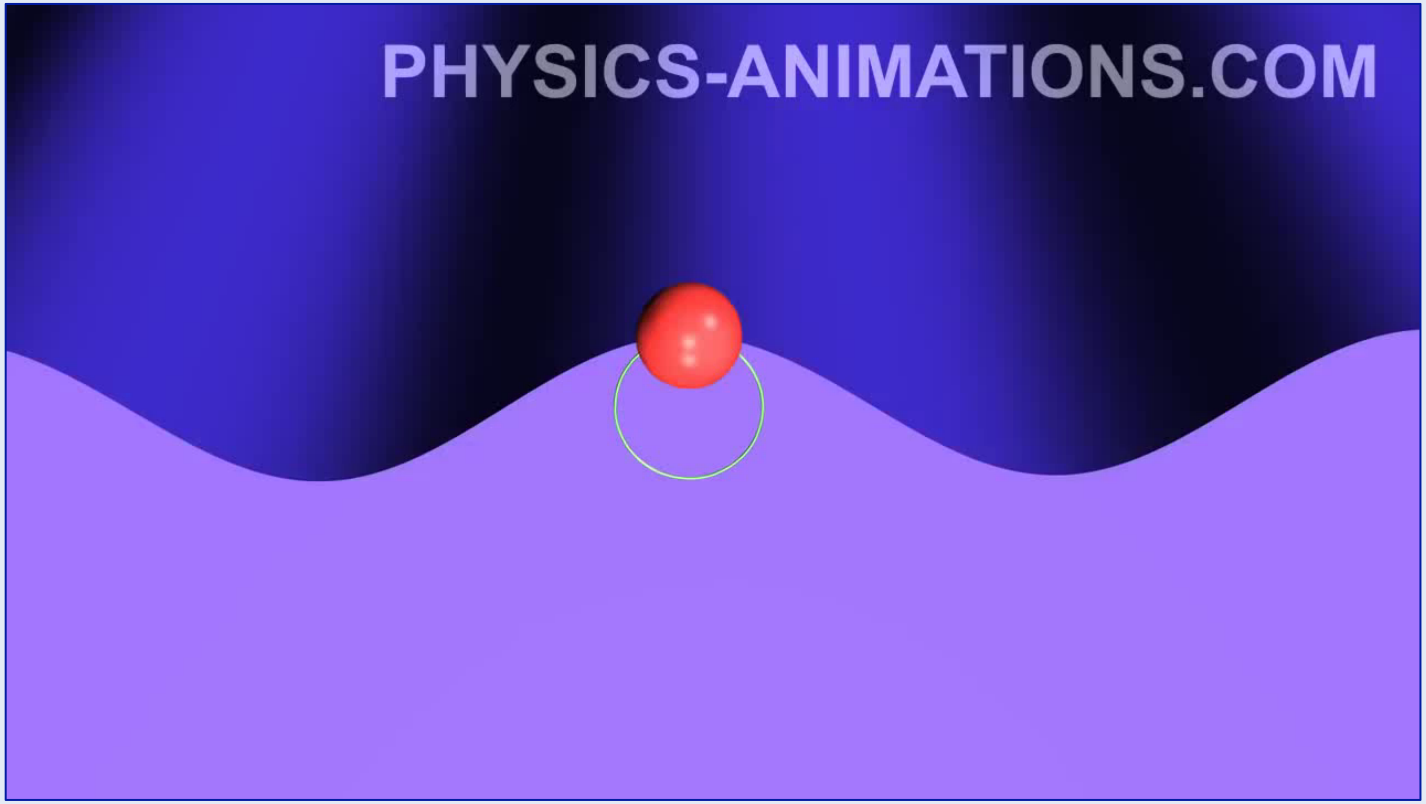
5. La théorie dynamique des marées

Comment se déplace le bourrelet de marée ?
Tourne-t-il autour de la Terre avec la Lune ?



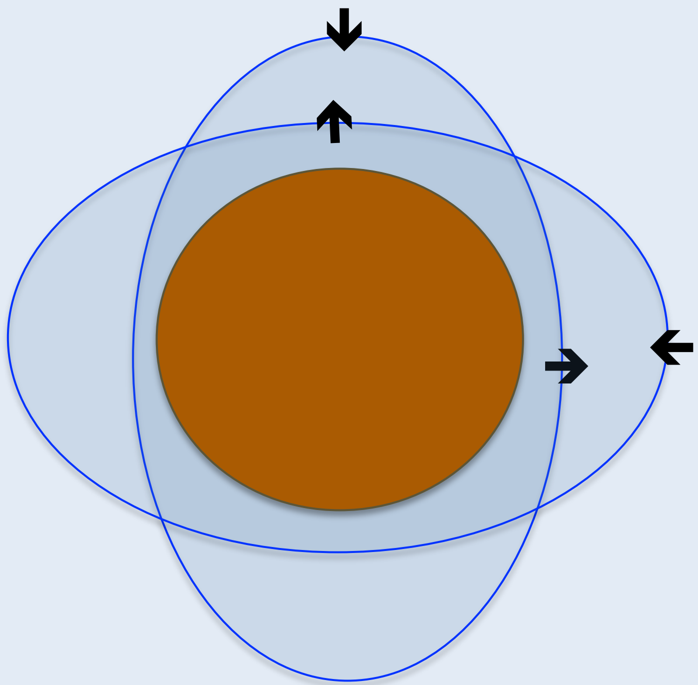
5. La théorie dynamique des marées

La propagation des ondes hydrauliques
se fait sans déplacement de matière !



5. La théorie dynamique des marées

L'océan est fluide ! Il est donc capable d'osciller.
L'eau du bourrelet de marée ne tourne pas autour de la Terre, seule la forme de la surface se déplace !

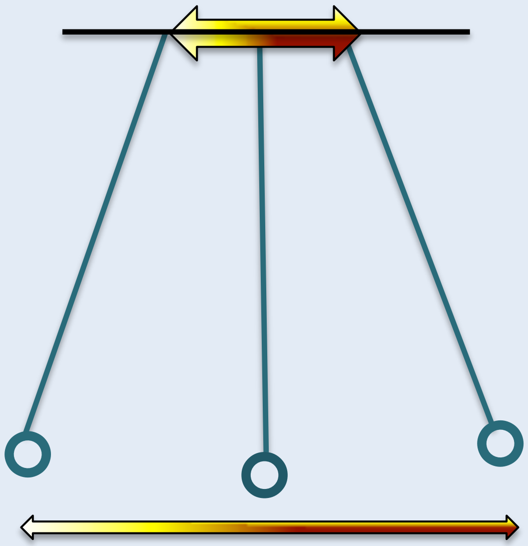


Problème :
comment les oscillations de l'océan sont-elles excitées par la force de marée ?

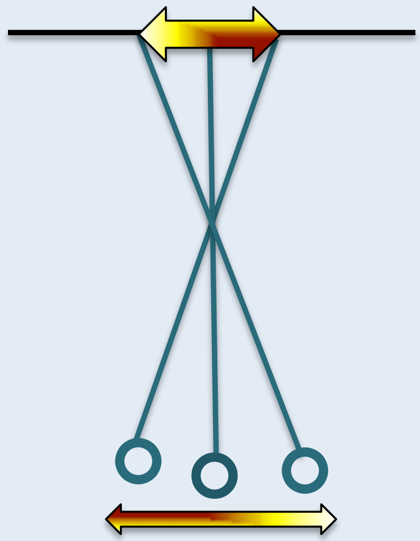
Oscillations forcées

Quand un oscillateur de période propre T_{pr} est excité avec une périodicité T_{ex}, ses oscillations forcées (de période T_{ex}) sont

en phase avec l'excitation si
$T_{ex} > T_{pr}$



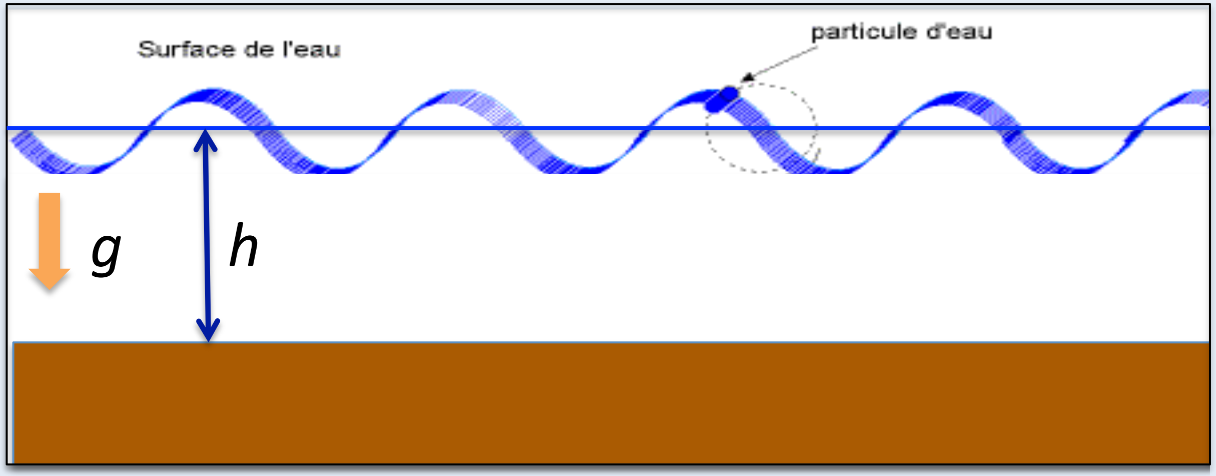
en opposition de phase si
$T_{ex} < T_{pr}$



Oscillations libres de l'océan

Vitesse de propagation des vagues (Airy)

George B. Airy
(1801-1892)

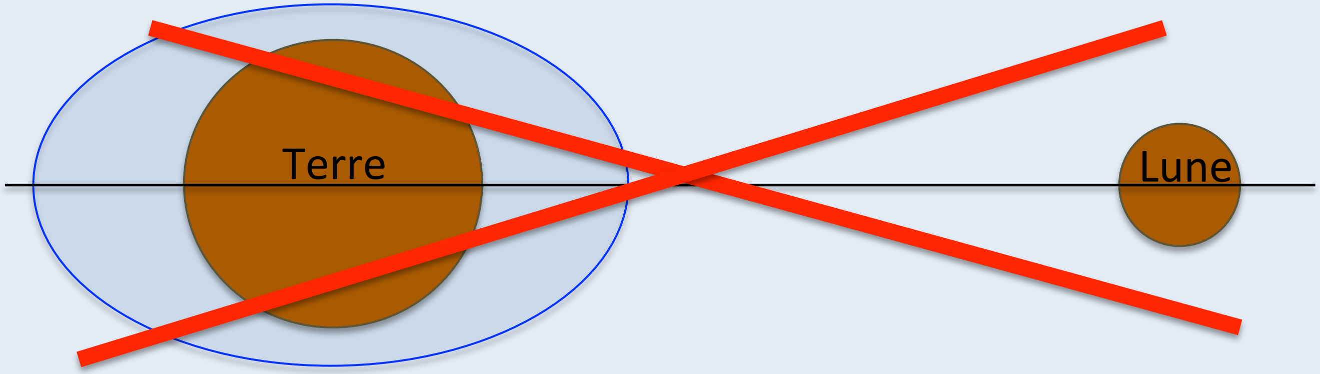


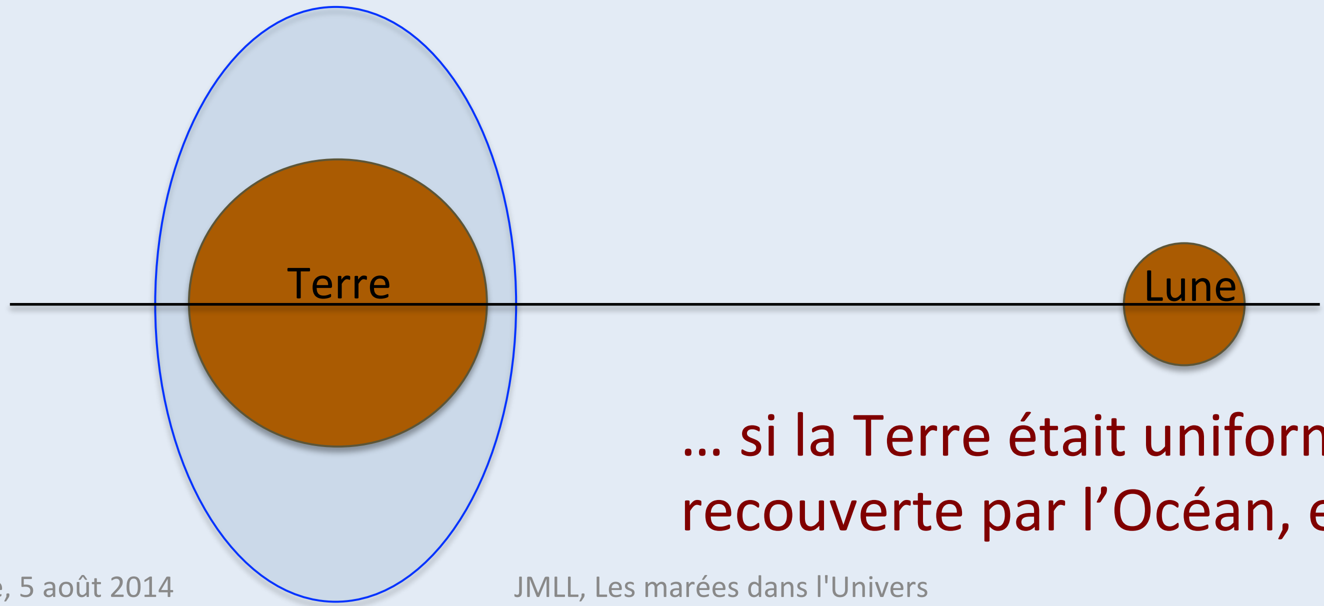
v = fonction de (g, h) soit $v = K\,(gh)^{1/2}$ $K \approx 1$

profondeur moyenne de l'océan : $h \approx 4$ km
d'où $v \approx (10 \times 4.10^3)^{1/2}$ = 200 m/s = 720 km/h
$T_{pr} \approx 20.000/720 \approx 28$ h
(un calcul plus rigoureux donne $T_{pr} \approx 24$h)

Oscillations forcées de l'océan

L'effet de marée excite l'océan et le force à osciller avec une période $T_{ex} \approx 12$ h $< T_{pr} \approx 24$ h, donc en **opposition de phase**





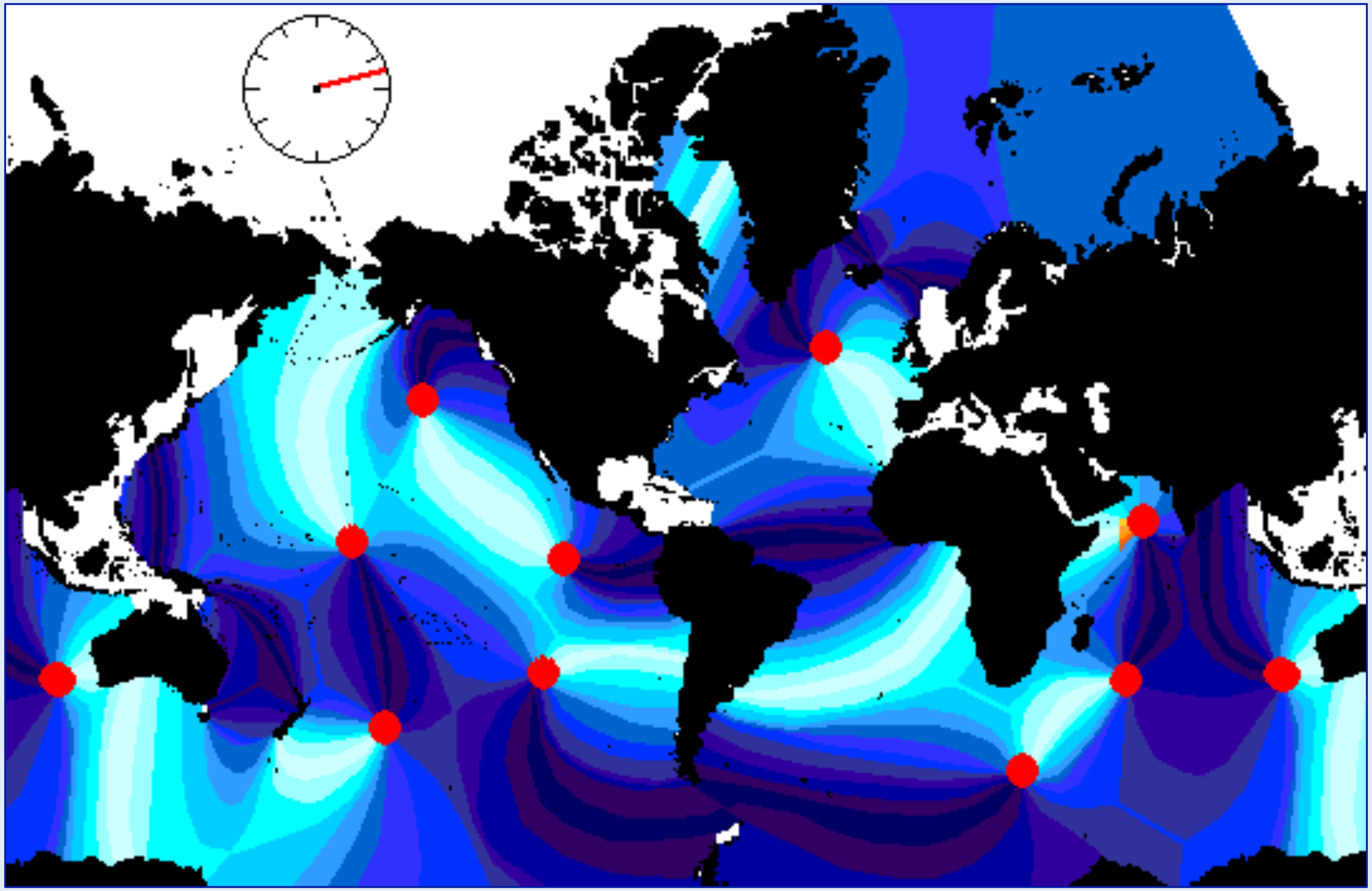
… si la Terre était uniformément recouverte par l'Océan, et si…

6. Les *vraies* marées sur la Terre

horaires marées/hauteur Lune

le 5 août	**PM**	BM	**PM**	BM	Lune au méridien
Brest	**(21h34)**	4h05	**10h14**	16h43	**19h37**
Nouméa	**4h02**	9h49	**15h45**	22h35	**7h47**
San Francisco	**1h30**	8h25	**15h23**	19h47	**2h52**
Singapour	**(21h05)**	2h55	**9h20**	16h05	**12h07**

6. Les *vraies* marées sur la Terre

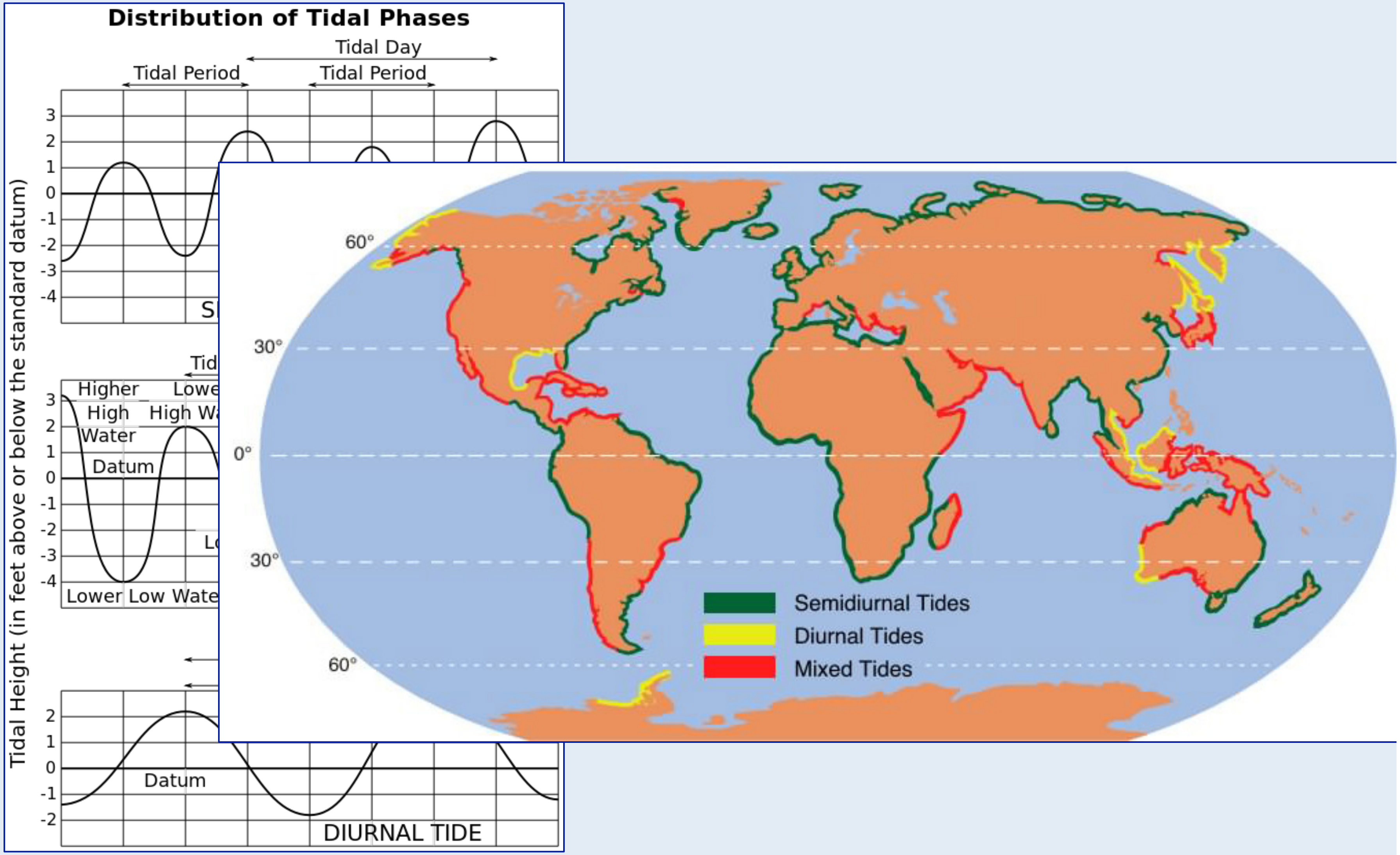


6. Les *vraies* marées sur la Terre

La baie de Fundy

6. Les *vraies* marées sur la Terre

Les types de marée



7. Marées terrestres

Le manteau terrestre est fluide et donc déformé par les forces de marée, avec une amplitude de quelques dizaines de centimètres.

Applications :

— volcanologie

géodésie des volcans, microséismes

— mesures GPS

— accélérateurs de particules

LHC : Δ(circonférence) ≈ 1mm (sur 27 km) !

7. Marées terrestres

Mais la vitesse de propagation des ondes (sismiques) y est bien plus rapide que celle des ondes dans l'océan liquide :

$v > 1$ km/s = 3600 km/h (au lieu de 700 km/h),

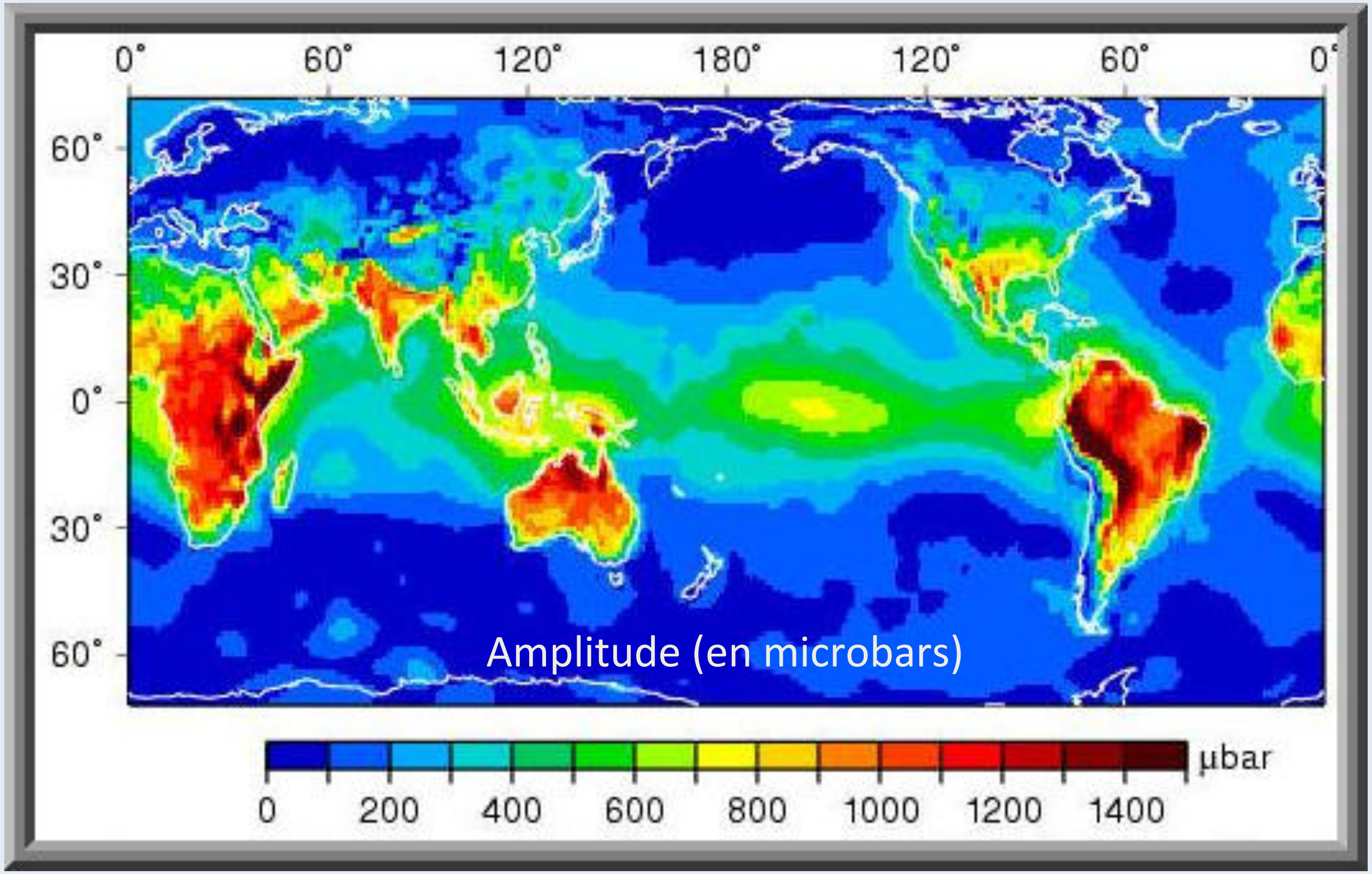
d'où une période d'oscillation libre

$T_{pr} \approx 5h << T_{ex} = 12h$,

et donc des oscillations forcées *en phase* avec l'excitation lunaire.

… si la Terre était uniformément recouverte par l'Océan, et si…

8. Marées atmosphériques ?



➔ perturbations orbites satellites artificiels

Mais marées gravitationnelles << marées thermiques !

9. La dissipation de marée
et le ralentissement de la rotation terrestre

La période de rotation de la Terre (1 jour) est bien plus rapide que celle de la Lune (1 mois).

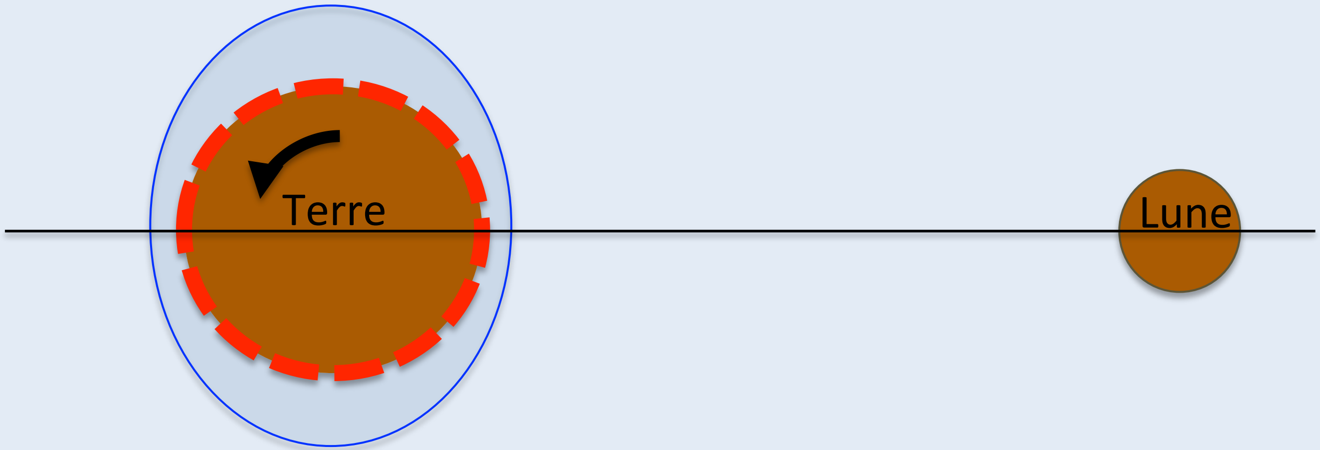
un problème terminologique :

— en anglais : subst. *tide* → adject. *tidal*

— en français : subst. *marée* → adject. ? (*tidal* ?)

La Terre tourne sous les bourrelets de marée

→ forces de frottement, dissipation d'énergie.



9. La dissipation de marée
et le ralentissement de la rotation terrestre

La perte d'énergie par frottement ralentit actuellement la rotation terrestre d'environ 1,7 ms/siècle (mesure directe).

Les *tidalites*, dépôts sédimentaires traces de marées anciennes, pouvant remonter jusqu'à -3 Ga, donnent un ordre de grandeur tout à fait comparable.

9. La dissipation de marée
et le ralentissement de la rotation terrestre

L'énergie cinétique de rotation la Terre est

$E = ½ I\omega^2$

en notant la vitesse angulaire de rotation $\omega = 2\pi/T$

et où le moment d'inertie I de la Terre vaut

$I = ⅖ MR^2 = 0{,}4 \times 6.10^{24} \times (6{,}4.10^6)^2 \approx 10^{38}$ kg m^2

D'où

$E^\bullet = I\omega\omega^\bullet = -(2\pi)^2\ I\ T^\bullet/T^2$

Le taux de variation de la période de rotation est

$T^\bullet = 1{,}7.10^{-3}/(100 \times 365 \times 86400) \approx 5.10^{-13}$

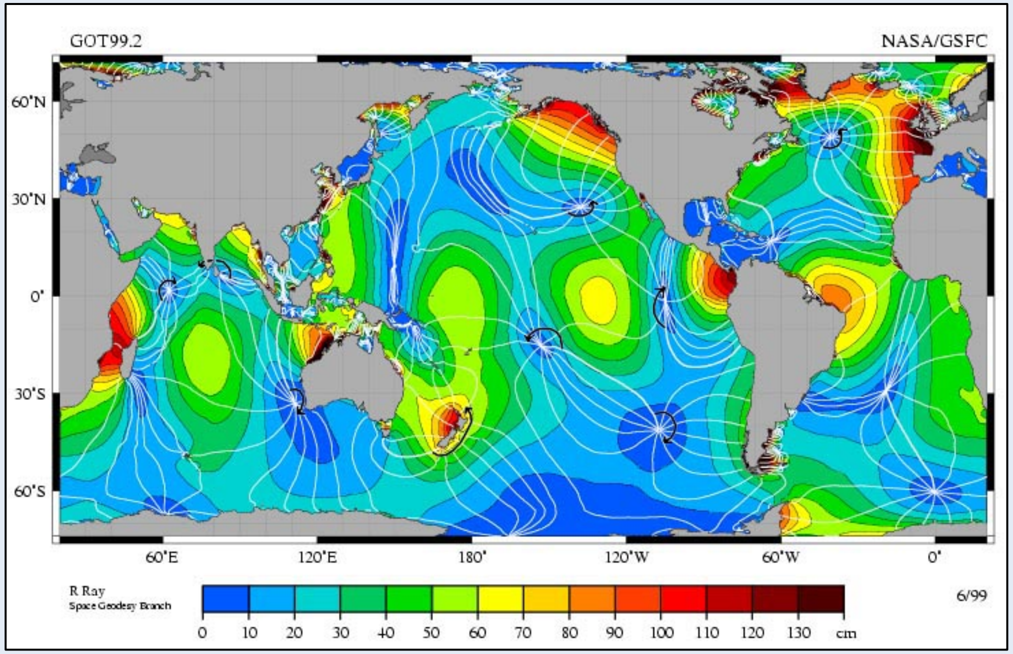
D'où

$E^\bullet = -40 \times 10^{38} \times 5.10^{-13}/(86400)^3 \approx 3.10^{12}$ W

9. La dissipation de marée
et le ralentissement de la rotation terrestre

$E^{\bullet} \approx 3$ TW, c'est à peu près le double de la puissance électrique mondiale consommée par l'humanité.

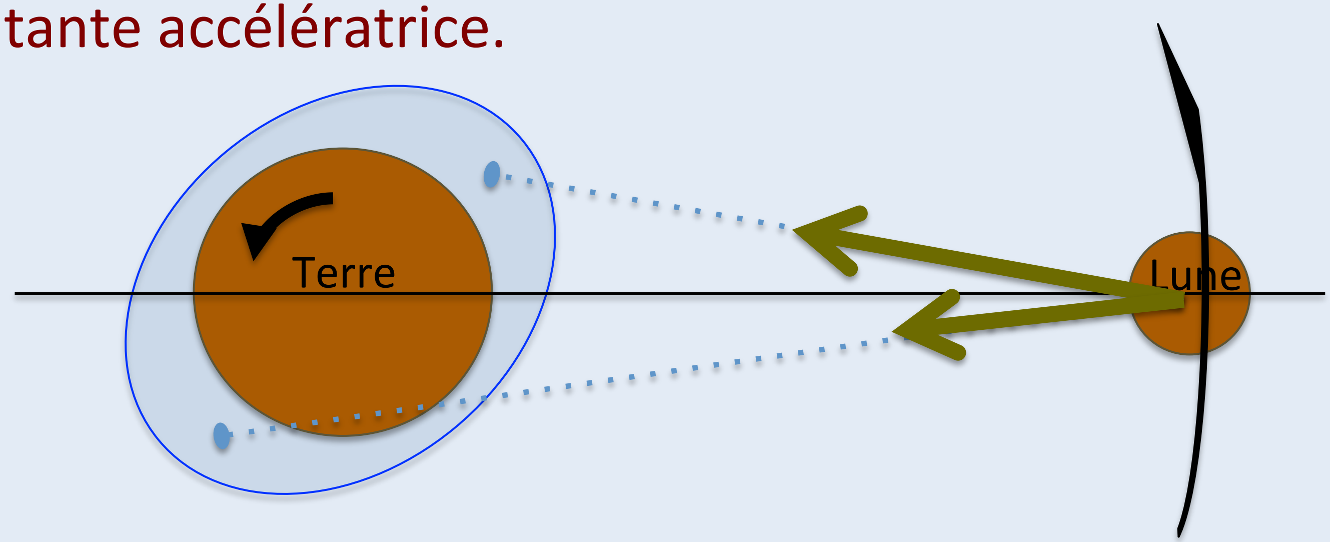
Pour l'essentiel, la dissipation de l'énergie a lieu dans les zones côtières de faible profondeur à fortes marées : mer de Bering, plateau patagonien, plateau atlantique occidental…



10. L'éloignement de la Lune

La rotation de la Terre ralentit, mais le moment angulaire total du système Terre-Lune doit rester constant → la révolution lunaire accélère et la Lune s'éloigne.

Mécanisme : la rotation de la Terre entraîne et décale les bourrelets de marée (nets) en avant par rapport à la droite Terre-Lune, d'où un attraction dissymétrique sur la Lune et une force résultante accélératrice.



10. L'éloignement de la Lune

Le moment angulaire du système Terre-Lune doit être conservé.
Or le moment angulaire de rotation de la Terre diminue :

$L = I\omega$, donc $\dot{L} = I\dot{\omega}$

Le moment angulaire orbital de la Lune doit donc augmenter

$l = m\Omega D^2$ de telle sorte que l'on ait $\dot{l} = -\dot{L} = -I\dot{\omega}$

Compte tenu que $GMm/D^2 = m\Omega^2 D$, on peut écrire

$l = (GM)^{1/2} m D^{3/2}$

Ce qui permet de calculer $\dot{D} \approx$ 4 cm/an,
conformément aux mesures directes.

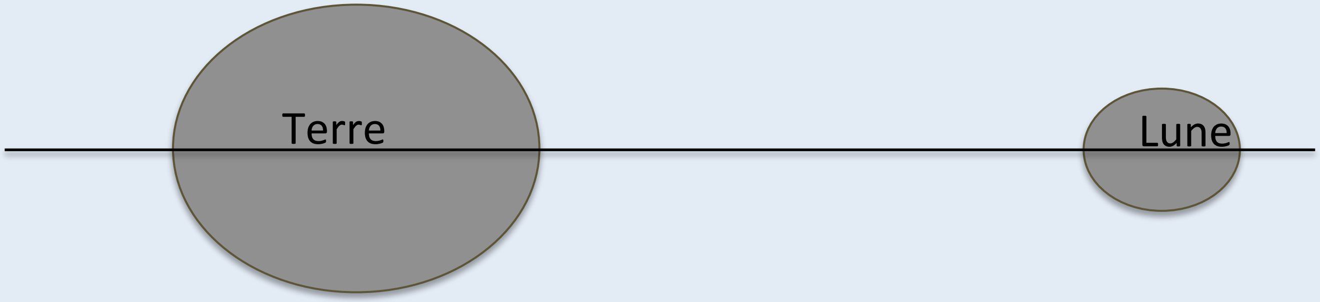
Bientôt plus d'éclipses solaires totales…

(d'ici environ 500 Ma)

11. Les marées lunaires

Si la Lune exerce un effet de marée sur la Terre, l'inverse est nécessairement vrai, et il doit y avoir un effet de marée sur la Lune dû à la Terre.

Dans le modèle élémentaire :



$$\lambda_{T/L} = {}^{3}/_{2}\,(m/M)(R/D)^3 = {}^{3}/_{2}\,(1/80)(1/60)^3 \approx 10^{-7}$$

$$\lambda_{L/T} = {}^{3}/_{2}\,(M/m)(r/d)^3 = {}^{3}/_{2}\,(80)(1/4.60)^3 \approx 10^{-5}$$

$$\Delta h_{\mathrm{Lune}} = \lambda_{T/L}\, r \approx 10^{-5} \times 1{,}5.10^{6} \approx 15\ \mathrm{m}$$

11. Les marées lunaires

Mais la Lune est beaucoup plus rigide que Terre (entièrement solide) et donc beaucoup moins déformable.

En fait, $\Delta h_{\mathrm{Lune}} \approx 50$ cm, tel que mesuré directement par le Lunar Reconnaissance Orbiter (NASA), lancé en 2009), *Geophysical Research Letters*, avril 2014

12. Moralité épistémologique

Pour comprendre les marées,
les physiciens ne suffisent pas.
Il faut au préalable des marins, des ingénieurs,
et ensuite des océanologues, des géologues,
des hydrauliciens, des climatologues, etc.

Pour comprendre un phénomène physique réel, la physique fondamentale est absolument nécessaire mais totalement insuffisante.

(acte de contrition
du physicien théoricien)

III. Les effets de marée dans l'Univers

1. Le verrouillage gravitationnel

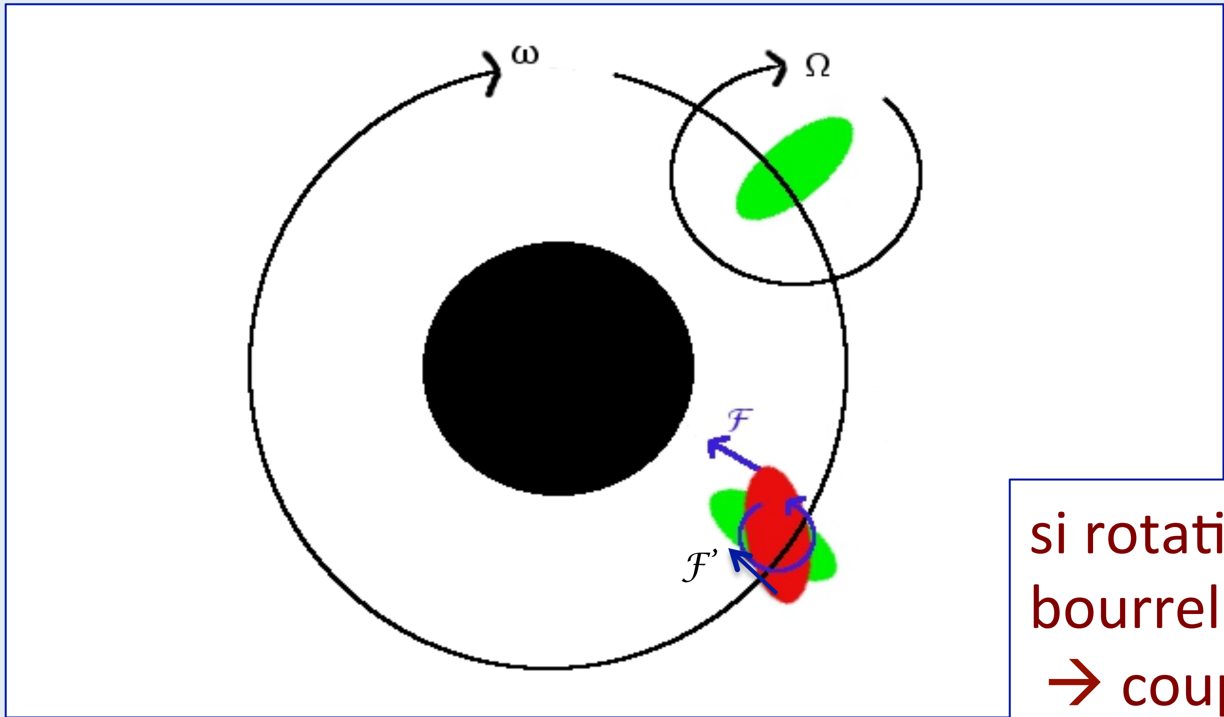
2. La limite de Roche

3. Effets de marée galactiques

4. Trous noirs et spaghettis

5. L'expansion de l'Univers est-elle universelle ?

1. Verrouillage gravitationnel
Rotation synchrone (*tidal locking*)



si rotation > révolution, bourrelets en avance
→ couple de freinage
→ ralentissement
→ synchronisation

1. Verrouillage gravitationnel
Rotation synchrone (*tidal locking*)

Temps de verrouillage :

$$\mathcal{T} \approx \omega D^6 I / 3GM^2 k r^5$$

ω fréquence de révolution
T période de révolution
D rayon de l'orbite
I moment d'inertie du satellite
m masse du satellite
G constante de Newton
M masse de la planète
k constante de Love (rigidité)
a rayon du satellite

$$\mathcal{T} \propto T\,(m/M)\,(D/r)^3$$

Système	Temps de verrouillage (en années)
Soleil-Terre	6.10^9 (non verrouillé)
Terre-Lune	3.10^6
Jupiter-Europe	3.10^2
Saturne-Titan	4.10^4
Pluton-Charon	4.10^4

1. Verrouillage gravitationnel

Rotation synchrone (*tidal locking*)

Dans le Système Solaire, de très nombreux satellites sont en rotation synchrone :

Terre : Lune
Mars : Phobos, Deimos
Jupiter : Io^(problème)^, Europe, Ganymède, Callisto, Amalthée, Metis, etc.
Saturne : Titan ^(dommage !)^, Atlas, Mimas, Encelade, Tethys, Japet, etc.
Uranus : Miranda, Ariel, Titania, Obéron
Neptune : Protée, Triton
Pluton : Charon (et réciproquement)

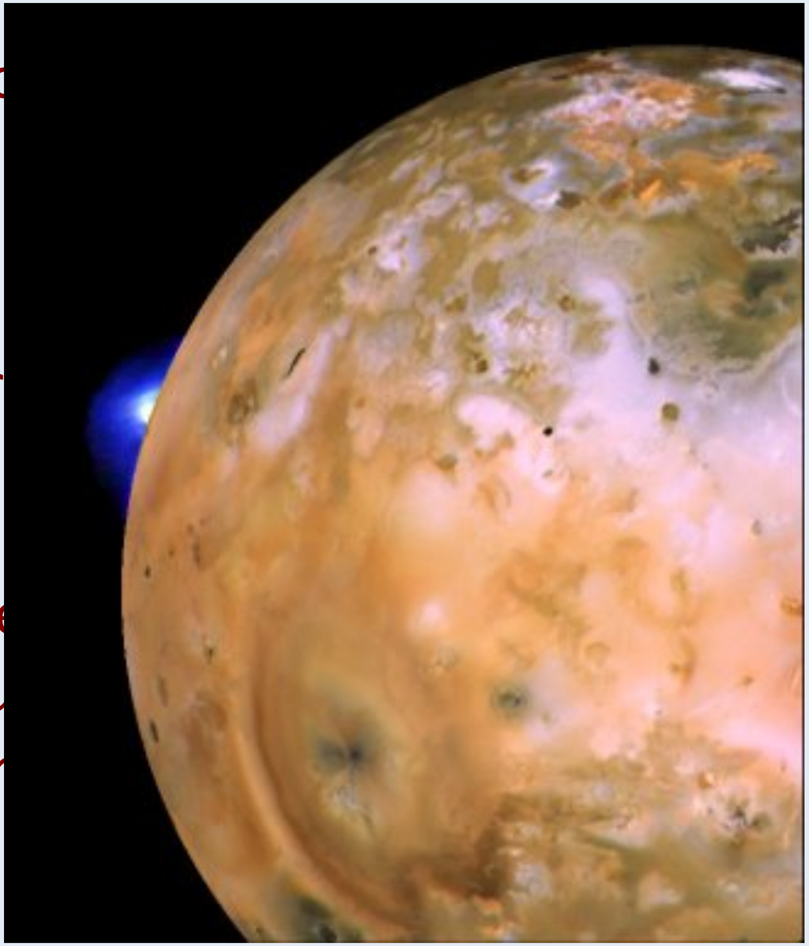
Et bien sûr aillleurs !
Un cas amusant (2005) : l'étoile Tau Boötis verrouillée à sa planète
Tau Boötis b

1. Verrouillage gravitationnel

Rotation synchrone (*tidal locking*)

Le paradoxe (apparent) de Io

Io est l'astre géologiquement le plus ac
(plus de 400 volcans en activité).
C'est un effet de dissipation de marée,
en énergie.
Mais si Io est gravitationnellement verr
Jupiter, ses marées (solides) sont fixes,
à dissipation par friction ! Alors ?
C'est l'excentricité de l'orbite de Io (due
orbitales avec Europe et Ganymède) qu
de ses marées avec un marnage d'envir
engendre une considérable production

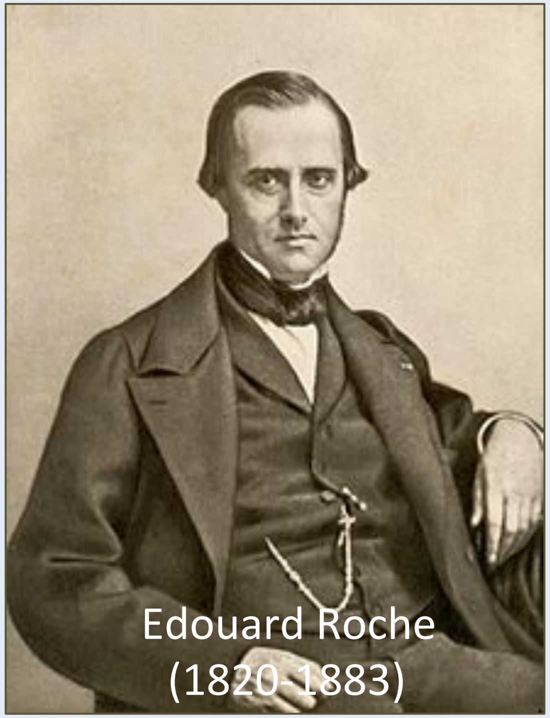


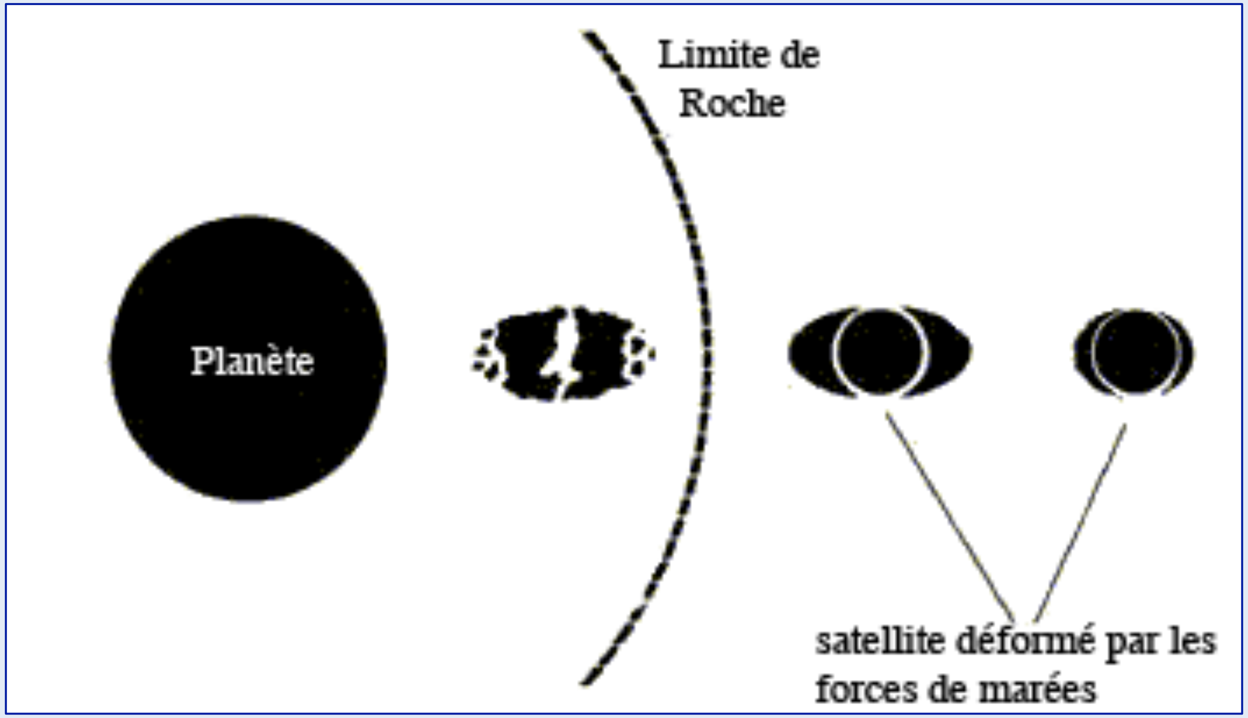
1. Verrouillage gravitationnel
Rotation synchrone (*tidal locking*)

Une application technique : stabilisation de certains satellites artificiels

2. La limite de Roche

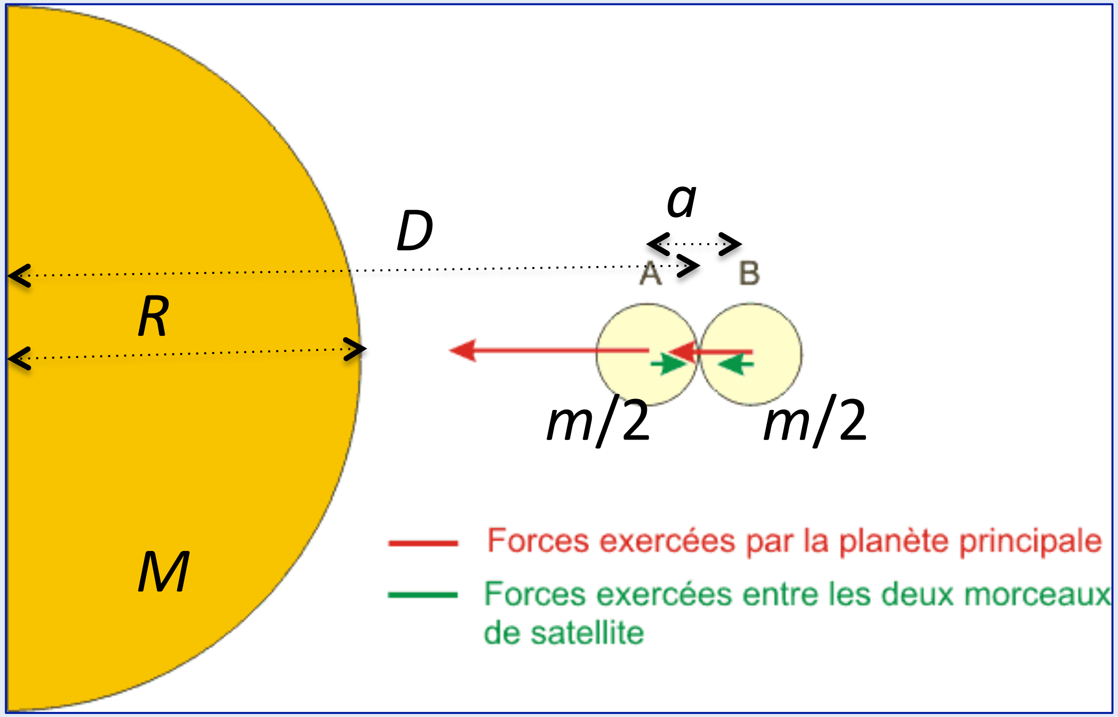
Quand les forces de marée l'emportent sur la cohésion gravitationnelle





2. La limite de Roche

Un modèle élémentaire



$F_A = GM \times \frac{1}{2} m/(D-a/2)^2$
$F_B = GM \times \frac{1}{2} m/(D+a/2)^2$

$F_A - F_B \approx GMm\, a/D^3$

$F_{AB} = G \times (\frac{1}{2} m)^2/a^2$

satellite stable si

$F_{AB} > F_A - F_B$

$\frac{1}{4} Gm^2/a^2 > GMm\, a/D^3$

$D > (4M/m)^{1/3}\, a$

avec $M=(4\pi/3)\, \rho_P R^3$ et $m=(4\pi/3)\, \rho_S (a/2)^3$, il vient finalement

$\boxed{D > 3{,}2\, (\rho_P/\rho_S)^{1/3}\, R = D_{Roche}}$

2. La limite de Roche

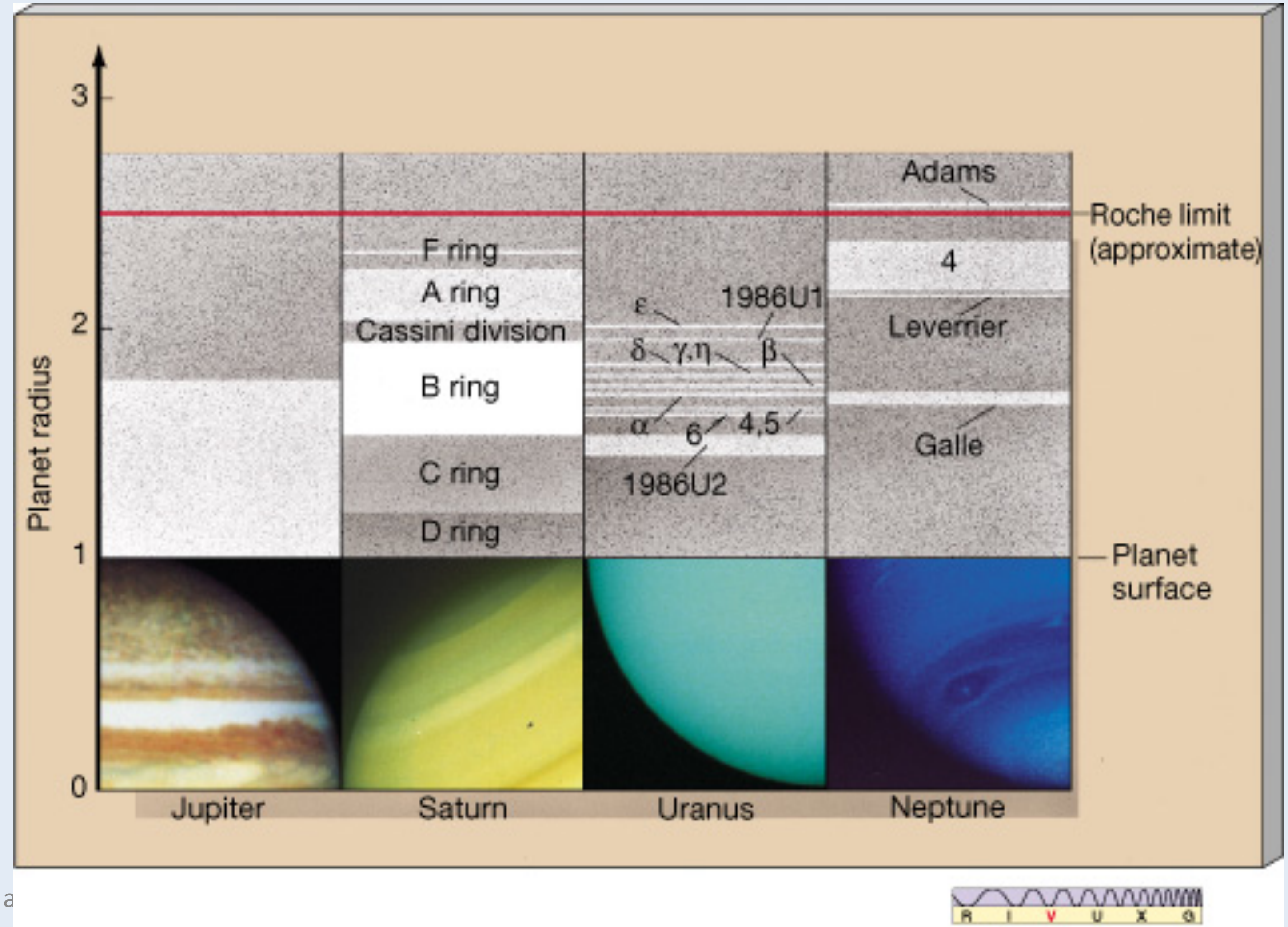
Un calcul plus précis, tenant compte de la forme sphérique du satellite, de la force centrifuge qui s'exerce sur lui, etc., donne :

$$D_{\mathrm{Roche}} = 2{,}44\ (\rho_{\mathrm{P}}/\rho_{\mathrm{S}})^{1/3}\ R_{\mathrm{P}}$$

— les densités des planètes vont de 0,7 (Saturne) à 5,5 (Terre)
— les densités des satellites et astéroïdes sont de l'ordre de 3
— les densités des comètes sont de l'ordre de 0,5

	densité	D_{Roche} (satellites)	D_{Roche} (comètes)
Soleil	1,4	1,9 R = 1,3.10^6 km	3,5 R = 2,4.10^6 km
Terre	5,5	3,0 R = 19.000 km	5,4 R = 35.000 km
Jupiter	1,3	1,9 R = 133.000 km	3,4 R = 240.000 km
Saturne	0, 7	1,5 R = 90.000 km	2,7 R = 160.000 km

2. La limite de Roche
anneaux et satellites

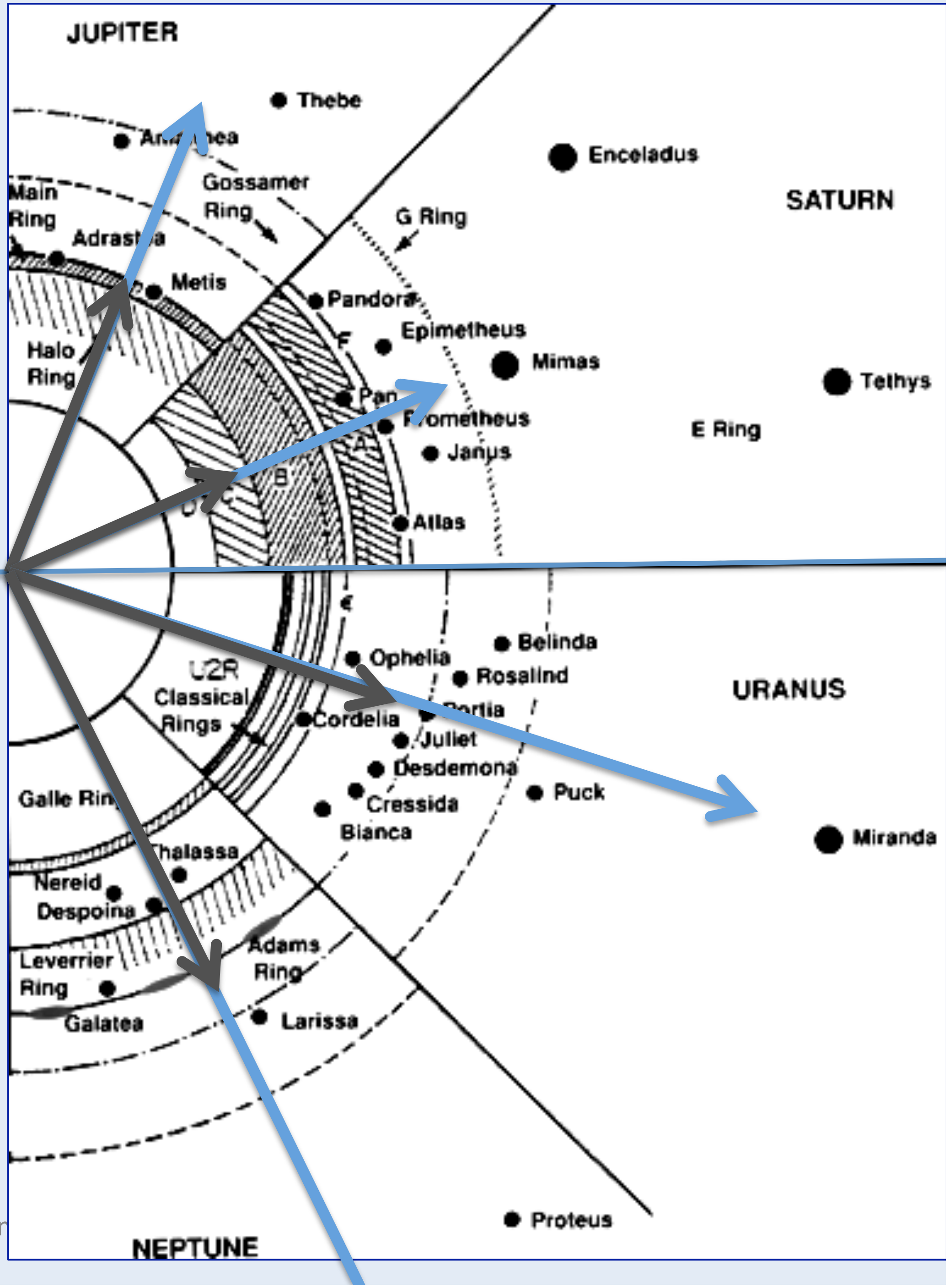


La limite de Roche

anneaux et satellites

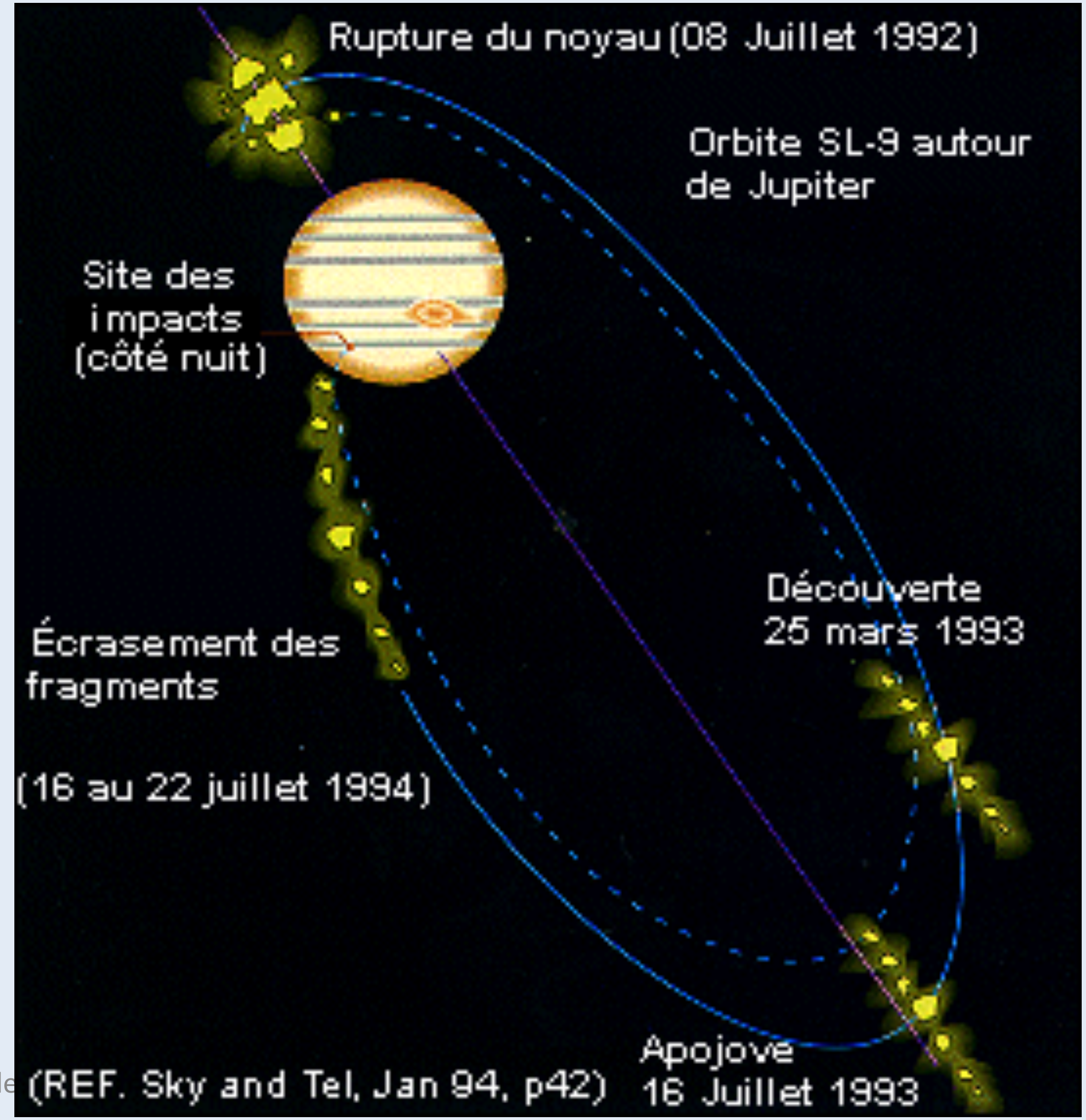
pour des corps rocheux

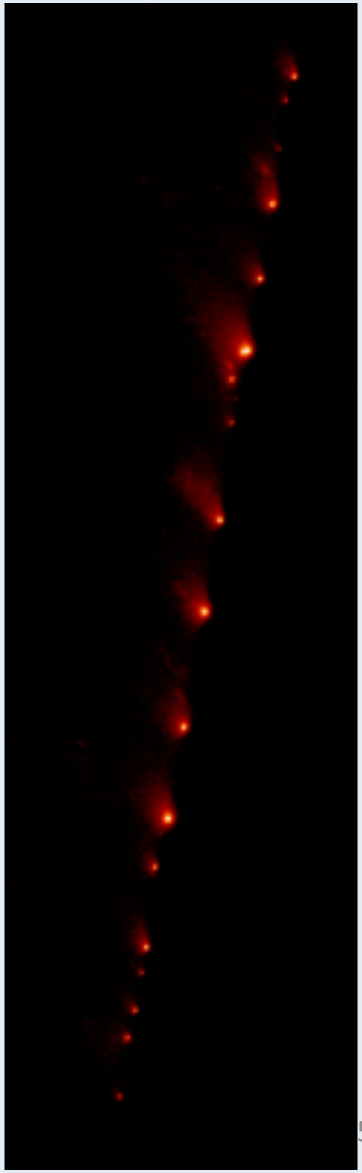
pour des corps de glace



2. La limite de Roche

la comète Shoemaker-Levy 9



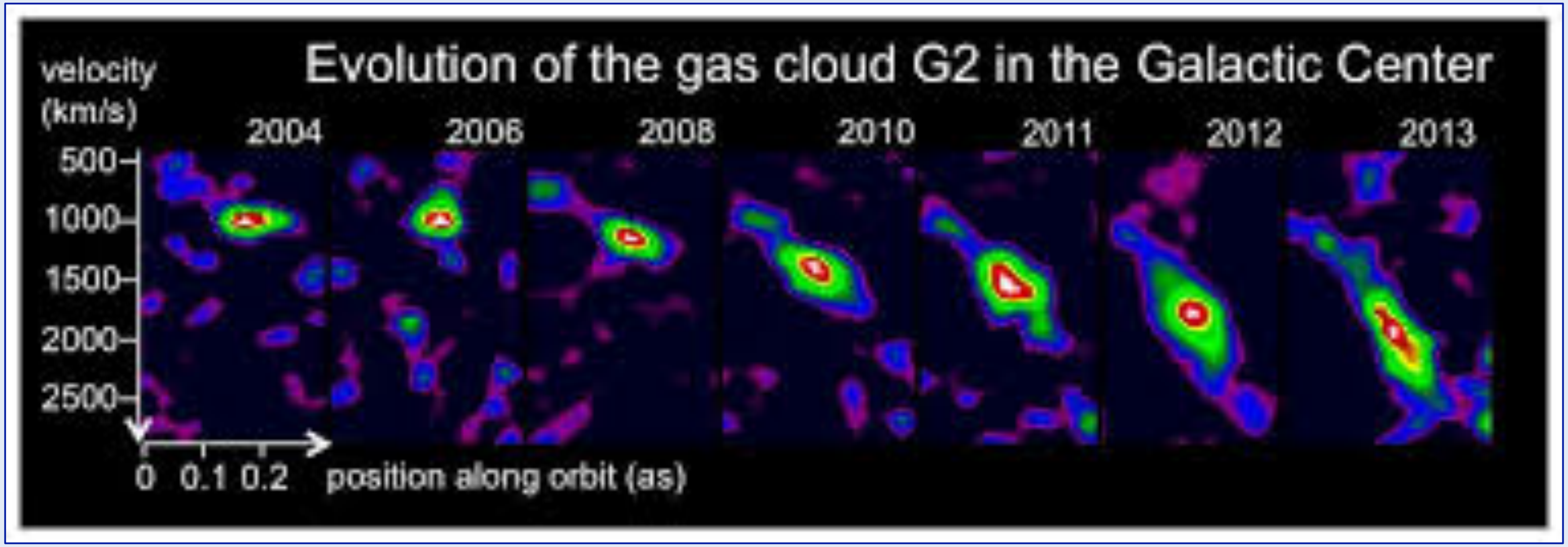


2. La limite de Roche

la comète Shoemaker-Levy

3. Effets de marée galactiques

G2 est un nuage de gaz et de poussières proche du trou noir au centre de notre Galaxie, d'une masse environ triple de celle de la Terre et d'une dimension voisine de celle de l'orbite de Neptune, observé en radioastronomie (VLA) depuis 2004.



3. Effets de marée galactiques

Les Antennes
(NGC 4038&4039)

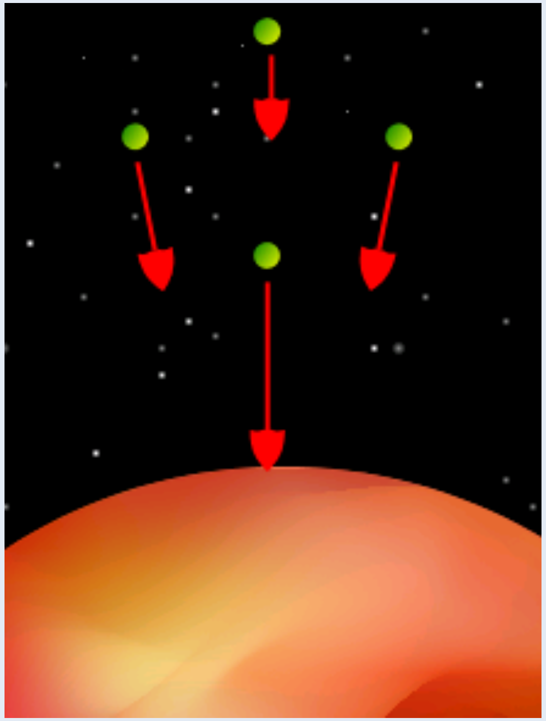
Les Souris
(NGC 4676)

4. Trous noirs et spaghettis

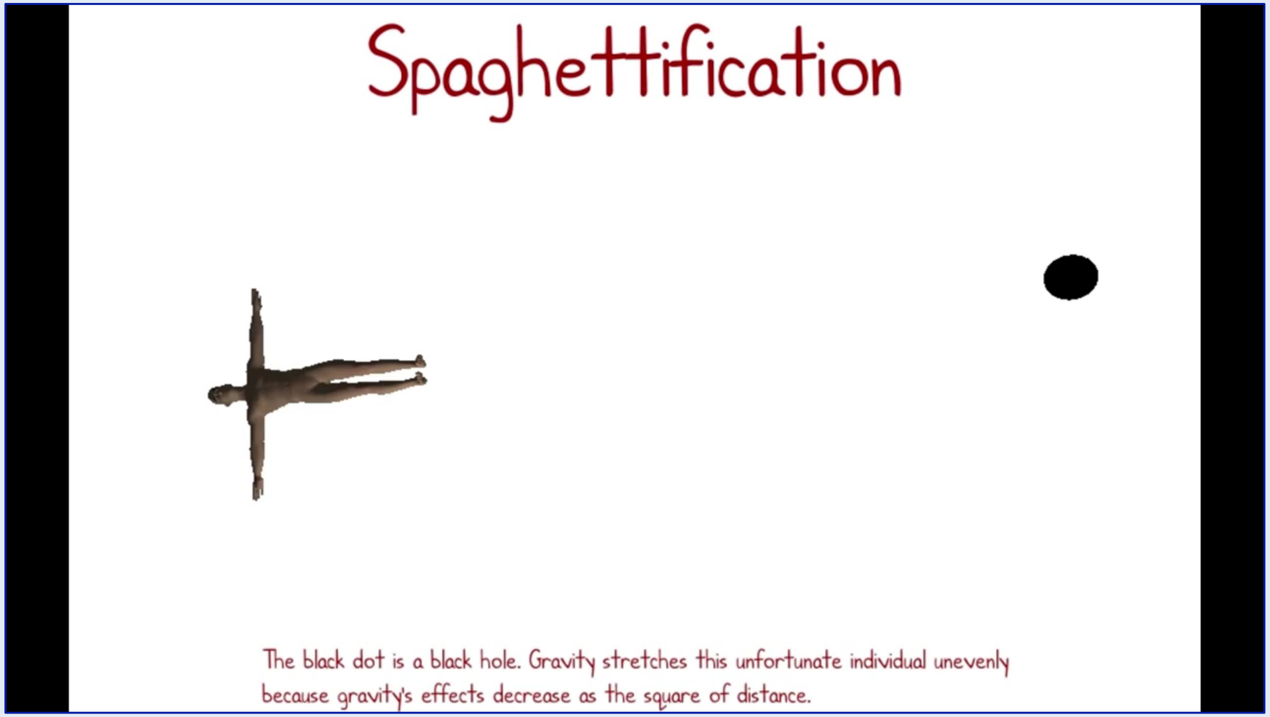
Dans un champ de gravitation fortement variable, l'effet différentiel tendra à étirer et à amincir les corps

« spaghettification »

En particulier au voisinage d'un trou noir !



4. Trous noirs et spaghettis



4. Trous noirs et spaghettis

Un trou noir de masse $M_\bullet$ est environné de sa sphère de Schwarzschild, à l'intérieur de laquelle la chute est irrémédiable. Le rayon de cet « horizon » est

$$R_S = 2GM_\bullet/c^2$$

Peut-on s'approcher de l'horizon d'un trou noir sans être spaghettifié à mort ?

Oui, si le rayon de Schwarzshcild est supérieur à la limite de Roche

$$D_R = 2(M_\bullet/m)^{1/3}\, a \qquad (m \text{ et } a : \text{masse et taille humaines})$$

La condition $R_S > D_R$ implique que le trou noir soit assez massif

$$M_\bullet > 6.\ 10^{34} \text{ kg} = 3.10^4\, M_{soleil}$$

Pour notre galaxie : $M_\bullet \approx 4.10^6\, M_{soleil}$ — on peut y aller !

5. L'expansion de l'Univers

Un paradoxe récurrent : si l'expansion de l'Univers est une propriété universelle de l'espace lui-même, les atomes, les cellules, les planètes devraient être en expansion au même rythme …et nous ne pourrions nous en apercevoir !

L'expansion est gouvernée par la loi de Hubble, qui impose à deux masses M distantes de d la vitesse relative :

$$v = H\,d$$

D'où l'accélération relative

$$\gamma_{\text{exp}} = Hv = H^2 d$$

comme un effet de marée !

A comparer avec l'accélération due à la force d'attraction gravitationnelle

$$\gamma_{\text{exp}} = GM^2/d^2$$

5. L'expansion de l'Univers

Tant que

$$\gamma_{grav} >> \gamma_{exp}$$

soit

$$GM/d^2 >> H^2 d$$

ou encore

$$GH^{-2}Md^{-3} >> 1$$

l'expansion n'affectera pas notablement le mouvement relatif des corps.

L'expansion ne commence à affecter la dynamique des corps qu'à l'échelle intergalactique !

A.N. …à faire à la maison !